Euclides

Vakblad voor de wiskundeleraar

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Wolters-Noordhoff

816
357
492

jaargang 68 1992 | 1993 november

● **Euclides** ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-539985.
Secretaris Drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 JV Den Haag.
Ledenadministratie F.F.J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-653218. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,00 per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,00. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F.M.W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

ISSN 01.65-0394

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs. M.C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel

en liefst voorzien te zijn van (genummerde) illustraties

- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

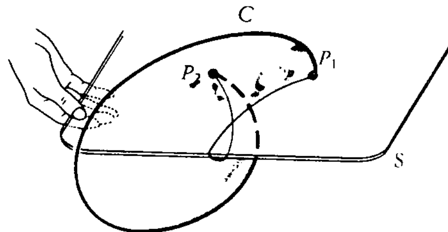
De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ63,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ41,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv., afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-226886. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ11,00 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Inhoud



Lus

▶ Eindexamens vwo en havo, eerste tijdvak 1992

H.N. Schuring, C. Lagerwaard, J.W. Maassen

Inleiding

In dit artikel vindt men enige gegevens van deze examens.
Eerst komen de resultaten aan de orde aan de hand van de steekproefgegevens die het Cito verzameld heeft (H.N. Schuring en drs. C. Lagerwaard), met daarbij de vaststelling van de cesuur door de CEVO met behulp van deze steekproefgegevens en de meningen van de docenten. Deze meningen vindt men tenslotte in een verslag van de regionale besprekingen van deze examens, georganiseerd door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren (drs. J.W. Maassen).

De resultaten van de examens

Het geven van een overzicht van de resultaten van deze examens is slechts mogelijk dankzij de medewerking van de betrokken docenten die de gegevens van vijf kandidaten van hun school tijdig hebben opgestuurd.

Enige algemene gegevens van de examens

	vwo - A	vwo - B	havo - A	havo - B
Aantal kandidaten	23800	18700	21800	14000
Gemiddelde score	66	52	68	51
Standaard-deviatie	16	15	11	15
Betrouw-baarheid	80	79	70	76
Cesuur	54/55	50/51	54/55	47/48
Percentage onvoldoendes	24	49	11	42
Gemiddeld cijfer	6,6	5,6	6,8	5,8

p'-waarde van de afzonderlijke vragen van de examens

vraag	vwo - A	vwo - B	havo - A	havo - B
1	96	83	60	97
2	85	58	90	54
3	58	32	48	32
4	84	70	81	51
5	47	72	27	70
6	66	28	78	50
7	68	54	89	63
8	60	34	61	41
9	71	18	60	65
10	31	92	72	17
11	94	28	12	13
12	66	30	72	30
13	95	31	78	58
14	55	—	93	53
15	38	—	42	45
16	67	—	33	34
17	61	—	99	26
18	27	—	71	—
19	—	—	91	—
20	—	—	89	—

n.b. De p'-waarde van een vraag is de gemiddelde score, uitgedrukt in procenten van de maximum score van die vraag.

Vwo wiskunde A

Vele docenten vinden dit een nogal eenvoudig, niet te omvangrijk en redelijk evenwichtig examen.
Opgave 1, Roodborstjes, is redelijk goed gemaakt. De p'-waarden van vraag 1, 2 en 4 zijn hoog, terwijl vraag 3, het aantonen dat het vervangingscijfer ongeveer 1 is, door 26% van de kandidaten niet

beantwoord is. In opgave 2, Kalkoenen braden, is vraag 10, het zoeken naar een exponentieel verband, de moeilijkste vraag gebleken. 50% van de kandidaten scoorde hierop 0 punten. De laatste vraag van opgave 3, Toltunnel, waarin de gevolgen voor de dagopbrengst van een tariefsverhoging berekend moest worden, is geheel volgens de verwachting niet goed gemaakt; 35% van de kandidaten scoorde hier niet op. De laatste vraag van opgave 4, De speelkaartensimulator, waarin de kans bij twee series van 50 trekkingen vergeleken moet worden met een serie van 100 trekkingen, heeft de laagste p'-waarde, terwijl 50% van de kandidaten hierop niet scoorde.
De CEVO heeft de cesuur op 54/55 vastgesteld. Evenals vorig jaar heeft 60% van de vwo-kandidaten wiskunde A gekozen, waarvan 18% ook wiskunde B in hun pakket heeft. De gemiddelde score van deze groep was voor het wiskunde A-examen 76. De kandidaten die geen wiskunde B en geen natuurkunde in hun pakket hebben gekozen, hebben een gemiddelde score van 59.
De constructeurs van dit examen hebben een gemiddelde score van 59 voorspeld, terwijl de werkelijke gemiddelde score 65,6 is.

Vwo wiskunde B

47% van alle vwo-kandidaten heeft het wiskunde B examen afgelegd; vorig jaar was dit percentage 48. Dit examen werd door veel docenten als nogal omvangrijk en origineel gekenschetst. De resultaten vallen dan ook tegen. Dit kan mede veroorzaakt zijn doordat het examen laat in het rooster werd afgenomen en bovendien op een middag. Nogal onverwacht werd de kromme van opgave 2 in vergelijkingsvorm aangeboden, wat binnen het examenprogramma valt omdat dit onderwerp onlosmakelijk verbonden is aan het onderwerp differentiaalvergelijkingen. De resultaten van vraag 4 tonen aan dat de meeste kandidaten hier dan ook geen problemen mee hadden. Het is jammer te moeten constateren dat een originele vraag, zoals vraag 3, waarin het beeld van een punt op de grafiek bij vermenigvuldiging ten opzichte van de oorsprong ook op de grafiek ligt, zo slecht gemaakt is; 37% van de kandidaten scoorde hierop niet. In nog sterkere mate geldt dit voor de laatste analyse-vraag. Deze vraag 9 is op de keper beschouwd niet ongewoon, maar de vraagstelling was nu op een wat andere manier geredigeerd. Bovendien ging het hier om het verschil van twee goniometrische functies; 68% van de kandidaten scoorde 0 punten op deze vraag.
We zullen nooit weten of de magere resultaten in opgave 4 veroorzaakt zijn doordat deze opgave de laatste was in het examen of dat de vragen 11, 12 en 13 zo moeilijk waren. Wel veronderstelden verschillende kandidaten dat opgegeven maten altijd centimeters moeten zijn, wat problemen opgeleverd kan hebben in vraag 13, hoewel de p'-waarde van deze vraag iets hoger is dan de p'-waarde van de vragen 11 en 12.
De CEVO heeft de cesuur voor dit examen vastgesteld op 50/51, vanwege het hoge percentage onvoldoenden. De oorzaak kan liggen in de wat ongebruikelijke vraagstelling van vraag 9 en de mogelijke verwarring in vraag 13.
De geschatte gemiddelde score was 56, aanzienlijk hoger dan de werkelijke gemiddelde score van 52. Zou dit verschil, behalve door het tijdstip van afname, ook kunnen worden veroorzaakt doordat niet iedere kandidaat terecht dit examen aflegt?

Havo wiskunde

11% van alle havo-eindexamen-kandidaten hebben aan dit bezemexamen deelgenomen. Van dit examen zijn geen resultaten bekend, omdat voor de dagscholen slechts vorig jaar gezakte kandidaten hieraan konden deelnemen.

Havo wiskunde A

Van de havo-kandidaten heeft 42% het examen wiskunde A gemaakt. De resultaten van dit examen zijn zonder meer goed te noemen. Het is vrij ongebruikelijk dat het percentage onvoldoenden bij een wiskunde examen zo klein is (11%). Uiteraard is door de opstellers van dit eerste landelijke examen enige voorzichtigheid betracht, maar zij waren door de vrij hoge scores aangenaam verrast. Gezien dit resultaat kon de CEVO de cesuur vaststellen op 54/55.

In de opgave over Automerken viel de score op (reken)vraag 3 wat tegen. Vraag 5 was een moeilijke opdracht: 51% van de kandidaten scoorde hier 0 punten. Verkeersintensiteit en rijsnelheid was een opgave waarop gemiddeld gescoord werd. De wat ongebruikelijke figuur 4 veroorzaakte geen ongelukken en met de normale verdeling bleken de kandidaten aardig overweg te kunnen. Opgave 3, De Ramp, was voor veel kandidaten een ramp, met name vraag 11. Slechts 2% van de kandidaten kreeg bij vraag 11 alle 6 punten; 53% van de leerlingen kreeg voor deze vraag geen enkel punt. Het opstellen van formules was in opgave 4 het moeilijkst. De p'-waarden van de vragen 15 en 16 waren resp. 42 en 33. De vragen 12, 13 en 14 over tabel en formules deden het daarentegen wel heel goed. De instapvraag van opgave 5 was voor bijna alle kandidaten misschien wel een opstap, maar zeker geen hindernis (p'=99). Ook de vragen rond het moeilijke begrip mortaliteitsratio bleken geen grote problemen op te leveren. Om dat begrip te definiëren is gekozen voor een voetnoot. Dat leek de opstellers minder verwarrend dan deze definitie gewoon in de tekst op te nemen. Gezien de score is er van verwarring geen sprake geweest.

Havo wiskunde B

27% van alle havo-kandidaten hebben aan dit examen deelgenomen. 2% hiervan hebben ook examen afgelegd in wiskunde A.

Dit jaar is het de eerste keer dat het examen havo wiskunde B landelijk afgenomen is. Het heeft dan ook geen zin de resultaten te vergelijken met die van vorige jaren, aangezien de experimenterende scholen geheel anders begeleid zijn dan de scholen nu. Naar het oordeel van de CEVO was het niveau van de opgaven wel te vergelijken met dat van de opgaven in de experimenten, hoewel sommige analyse-vragen zoals 3, 10 en 11 misschien wel meer op het vwo-niveau liggen. Om deze reden en omdat het dit jaar het eerste examen was, heeft de CEVO de cesuur gelegd bij 47/48.

In opgave 1 is vraag 3 de moeilijkste vraag gebleken. Hierin moest een wortelfunctie gedifferentieerd worden. Zorgelijk blijft dat 35% van de kandidaten hier geen enkel punt gehaald heeft. In opgave 2 is de perspectieftekening niet slecht gemaakt hoewel niet elk leerboek evenveel aandacht aan dit onderwerp geeft. Zoals te verwachten was, is vraag 8, de gonio, in deze opgave de vraag met de laagste score.
Opgave 3 over logaritmische functies en exponentiële vergelijkingen bleek het moeilijkst te zijn, vooral de vragen 10 en 11. In vraag 10 moesten de kandidaten onderzoeken of het verschil g(x) - f(x) groter kan zijn dan 4. Meer dan de helft (57%) van de kandidaten wist hier geen raad mee. In vraag 11 moest worden aangetoond dat een formule juist was.
Opvallend is dat het aantonen door sommige kandidaten opgevat wordt als een controle met een enkel getallenvoorbeeld. 77% van de kandidaten scoorde niet op deze vraag.
Opgave 4 over het snoeppotje heeft een gemiddelde score opgeleverd die ongeveer verwacht kon worden, hoewel meer dan de helft van de kandidaten nul punten gescoord heeft op de vragen 16 en 17. De samenstellers van deze opgaven hebben vorig jaar een gemiddelde score voorspeld van 58, terwijl nu de gemiddelde score 51 is. De voorspelling is dus 7 punten te hoog.

Regionale besprekingen wiskunde vwo en havo 1992

Traditiegetrouw organiseerde de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren ook in 1992 regionale besprekingen voor het examen wiskunde.
Voor wiskunde A en B havo en voor wiskunde A vwo gebeurde dit op 9 plaatsen, voor wiskunde B vwo op 8 plaatsen.
Ruim 260 docenten bezochten de besprekingen voor wiskunde A havo en bijna 200 de besprekingen voor wiskunde B havo, de bijeenkomsten voor wiskunde vwo trokken beide ongeveer 175 docenten.
Evenals vorige jaren werden op de bijeenkomsten aan het begin enige vragen over het examen gesteld. Dit leidde tot de volgende resultaten.

	wiskunde A-vwo	wiskunde B-vwo	wiskunde A-havo	wiskunde B-havo
in vergelijking tot vorig jaar is het niveau van het CSE 1992				
lager	60%	1%	44%	2%
gelijk	39%	15%	50%	28%
hoger	1%	84%	6%	70%
de spreiding over de stof is				
slecht	28%	7%	30%	44%
voldoende	66%	89%	65%	47%
goed	6%	4%	5%	9%
het aantal routinevragen is				
te klein	2%	65%	6%	76%
goed	86%	32%	84%	24%
te groot	12%	3%	10%	0%
het aantal originele opgaven is				
te klein	31%	1%	6%	5%
goed	68%	23%	93%	67%
te groot	1%	76%	1%	28%
het correctievoorschrift is				
te gedetailleerd	1%	0%	3%	1%
goed	85%	82%	73%	66%
te weinig gedet.	11%	18%	24%	33%
de pogingen om de opgaven naar opklimmende moeilijkheidsgraad te rangschikken is				
niet gelukt	8%	20%	87%	34%
redelijk gelukt	70%	63%	7%	45%
goed gelukt	22%	17%	6%	21%
de leesbaarheid van de vraagstukken is in het algemeen				
slecht	4%	21%	13%	11%
voldoende	60%	73%	75%	66%
goed	36%	6%	12%	23%
de omvang van het CSE 1992 was				
te gering	7%	0%	5%	1%
goed	93%	48%	94%	83%
te veel	0%	52%	1%	16%

De percentages zijn berekend over het aantal aanwezigen dat een keuze deed.
Van bijna alle bijeenkomsten zijn verslagen gemaakt waarvan een kopie aan de CEVO is gezonden met het verzoek de gemaakte opmerkingen te gebruiken bij het opstellen van de examens voor de volgende jaren.
In dit artikel worden slechts de belangrijkste punten uit de verslagen samengevat.

Havo wiskunde A

In het algemeen was men zeer tevreden over het examen; een groep sprak zowel over het niveau als over de gevonden contexten waardering uit. Toch verwacht men in de toekomst een hoger niveau, terwijl in een bijeenkomst gesteld wordt: 'Het niveau van wiskunde A is met dit examen te laag. Het vervolgonderwijs zal daardoor eerder wiskunde B eisen, waardoor zwakke leerlingen toch weer eerder wiskunde B proberen in plaats van wiskunde A. Deze ongewenste ontwikkeling kan, als ze doorzet, praktisch niet meer teruggedraaid worden. Daarom graag volgend jaar een examen met een hoger niveau.'
Bij de spreiding over de stof miste men groei, matrices en kansrekening/statistiek. Er was volgens sommigen te veel formulewerk en te weinig redeneerwerk.
Men vindt het aantal routineopgaven klein. Volgens sommigen is dit terecht, volgens anderen is het te klein.
In het correctievoorschrift vraagt men een fijnere normering voor fouten die te verwachten zijn (zoals het werken met 12,25 uur in vraag 10). Ook wensen sommigen in het correctievoorschrift duidelijkheid over het aantal decimalen waarmee gewerkt moet worden.
Men vindt het werk niet in opklimmende moeilijkheidsgraad, maar volgens sommigen behoeft dit ook niet. Voorstellen voor een andere volgorde van de vraagstukken waren: 3,1,2,5,4; 5,4,2,1,3 en 5 vooraan.
Betreffende de leesbaarheid merkt Amsterdam op: 'In tegenstelling tot andere jaren kwam er nu geen negatief commentaar op de leesbaarheid voor allochtone leerlingen. De tekst is vrij helder, de zinnen niet te lang en er staan weinig dubbelzinnige verwijzingen in. De vergadering sprak de hoop uit dat dit welbewust is gedaan.' In Rotterdam daarentegen wordt gezegd: 'De tekst is zeker voor taalarme leerlingen erg moeilijk.' Andere opmerkingen over de tekst zijn:

- duidelijker aangeven wanneer teksten ook later in de opgave nog gebruikt worden,
- artikelen, zoals in opgave 3 in een kader plaatsen,
- de tekst tussen de vragen 10 en 11 is te formeel.

Over de diverse opgaven werden onder andere de volgende opmerkingen gemaakt:
- Het idee om in opgave 3 een kranteartikel te laten beoordelen werd positief ontvangen. Zowel

het artikel als de vragen erover vonden sommigen verwarrend.
- Sommigen hebben er in opgave 4 bezwaren tegen dat de vragen 15 en 16 stapelvragen zijn. Ook vraagt men waarom de formule uit vraag 15, die geldt voor een koe die nog geen melk geeft, ook in vraag 16 gebruikt moet worden voor een koe die wel melk geeft.

In diverse groepen wordt bezwaar gemaakt tegen het gebruik van 'gewicht' in plaats van 'massa'.
- De noot over 'mortaliteitsratio' vinden sommigen nadelig werken. Ook het woord 'grenslijn' wekt verwarring als er sprake is van een kromme.

Verdere gemaakte opmerkingen zijn:
- Een toelichting behoeft geen berekening te zijn, daarom - als men een berekening verwacht - dit duidelijk vragen, bijvoorbeeld door 'Licht toe door een berekening'.
- Er moeten afspraken komen over nauwkeurigheid en afronden, daarom wordt de NVvW verzocht (via werkgroepen?) aandacht te besteden aan onduidelijkheden die veroorzaakt worden door de nieuwheid van het programma (nomenclatuur, afronden, toelichtingen/berekeningen, wanneer antwoorden zonder toelichting, gebruik van eenheden).
- Kennis uit andere vakken kan soms een probleem zijn omdat men daar op een andere manier werkt dan in het examen verondersteld wordt.
- De voorbeelden in de gebruikte leerboeken kunnen leerlingen bevoordelen of benadelen.
- In de norm wordt vaak een punt voor de conclusie gegeven. Vaak ligt de conclusie zo voor de hand dat deze door de leerlingen niet expliciet vermeld wordt. En wat moet men doen met een 'onzin-redenering' met een resultaat waaruit een juiste conclusie getrokken wordt?
- Het is vervelend als de normering van een opgave verdeeld staat over twee bladzijden.
- Het aangeven van de maximale score per vraag stuurt volgens sommigen de leerlingen teveel. Een evaluatie is gewenst.
- Significantie behoort niet tot het examenprogramma maar in de klas kom je het vaak tegen.
Hoe gaan we daarmee om in de klas?

Havo wiskunde B

Uit de verslagen van de regionale bijeenkomsten blijkt dat voor velen het niveau anders was dan men verwacht had.
- Dit was niet een examen dat klopte met het verwachtingspatroon van de leerling.
- Aardig examen, wel pittig met erg veel opdrachten die een leerling net aan moet kunnen.
- Zwakke leerlingen konden zich bij het oude examen nog redden door training. Bij dit examen komen deze leerlingen (typische havo?) in de problemen. Het niveau van sommige analyse-vragen vindt men te hoog, maar de nieuwe benadering van de havo-wiskunde ziet men in het algemeen zeker niet als een verslechtering. Sommigen constateren dat in de derde klas anders geadviseerd moet worden.
- De moeilijkheidsgraad wordt niet passend geacht voor de gemiddelde wiskunde-havo-B-leerling.
- Een heel moeilijk examen dat slechts voor de elite is weggelegd. Het bevatte een te grote combinatie van vaardigheden in een vraag.
- Een hoog abstractieniveau waarbij met name opgave 3 niet thuis hoort.
- Het werk was aan de moeilijke kant; de slotvraag was een echte vwo-vraag.
Bovendien paste het werk niet goed bij sommige gebruikte methoden. Hierbij werden vooral de perspectieftekening en de vragen van opgave 3 over logaritmische en exponentiële functies genoemd. De vaak gebruikte opdracht 'Toon aan' werd door leerlingen vaak anders geïnterpreteerd dan door de opstellers bedoeld was.

Ten opzichte van de afzonderlijke vragen waren er vele suggesties die aan de CEVO zijn doorgegeven. De belangrijkste waren:
- bij vraag 1 maakt de tekst geen keuze voor een route duidelijk,
- bij vraag 2 had in plaats van 'Toon aan' beter kunnen staan 'Geef de afleiding van deze formule',
- bij vraag 3 was voor veel leerlingen uit de opdracht 'Toon aan' niet duidelijk wat van hen verwacht werd. Als de opdracht aangevuld zou zijn met 'en bereken bij welke x-waarde' zouden meer leerlingen een oplossing gegeven hebben zoals die van hen verwacht werd,

- bij vraag 5 had men graag in de norm de alternatieve oplossing van verdeling in acht driehoeken aangetroffen,
- bij vraag 5 had men graag als tekst gehad: 'Bereken... en rond het antwoord af in gehele m^2',
- in vraag 10 gaat een grote suggestie uit van de tekening,
- in de vragen 10 en 12 komen twee op elkaar gelijkende opdrachten voor; wie 10 niet heeft, heeft ook 12 niet,
- in vraag 13 had men graag een betere omschrijving van 'aangrenzende zijvlakken',
- in opgave 4 kwam een te grote stapeling van onderdelen voor,
- bij vraag 17 rees de vraag of tekenen hetzelfde is als construeren.

Uit de bijeenkomsten kwamen nog de volgende wensen:
- Overleg met natuurkunde over toepassingsvragen en over gelijktrekking van afrondingsregels.
- Geef duidelijkheid over normeninterpretatie.
- Geef duidelijkheid ten opzichte van de interpretatie van het programma. Eén van de vragen hierbij is: 'Wat mag met plaatjes en wat niet?'
- Wanneer mag men afronden en wanneer moet men exacte antwoorden geven?

Een suggestie hierbij is: Wordt een benadering gevraagd, dan dient in de vraag te worden vermeld in welke eenheid en met welk aantal decimalen. Wordt een exact antwoord verwacht, dan zou de vraag moeten luiden 'Bereken zonder benaderingen' eventueel met de toevoeging 'Vereenvoudig je antwoord zo ver mogelijk'.
- Geef meer duidelijkheid omtrent vraagstellingen als:
  - wat is precies: toon aan?
  - wanneer en hoe sterk mag men afronden?
  - mag men een tekening zonder toelichting leveren?
  - in welke vorm moet een antwoord staan?
- Geef ook duidelijkheid ten aanzien van de normeninterpretatie; zijn de toe te kennen punten voor losse onderdelen of gelden ze slechts als de leerling slechts een gedeelte van de oplossing heeft?

In een regionale bijeenkomst kwam de wens naar voren werkbladen of tekeningen voor elke leerling in tweevoud bij te voegen omdat leerlingen vaak bij een eerste poging hun werkblad verknoeien. Ook leefde hier de wens centraal een lijst te ontwerpen waarop de scores van het werk kunnen worden vermeld en deze lijsten bij het correctievoorschrift mee te zenden.

In twee regionale bijeenkomsten is een onderzoek gedaan naar de urenaantallen die men voor wiskunde B had. De 40 aanwezige scholen leverden het volgende resultaat:

5 + 5	25 scholen
5 + 4	7 scholen
4 + 4	8 scholen.

Vwo wiskunde A

Het werk werd gekarakteriseerd als leerlingvriendelijk met een redelijk niveau, terwijl in een groep zelfs werd opgemerkt dat het niveau te laag was voor vwo en een andere groep meende dat er te veel techniek was in plaats van inzicht.

Vanuit Amsterdam werd weer aangedrongen op een taalgebruik dat ook voor allochtone leerlingen goed begrijpbaar is. Suggesties voor tekstverbeteringen werden meegezonden en zijn aan de CEVO en de ACD doorgespeeld.

Sommigen hebben er moeite mee dat in vraag 6 zowel het antwoord 'ja' als het antwoord 'neen' goed gerekend kan worden, mits voorzien van een duidelijke toelichting.

In een van de groepen wordt opgemerkt dat de vragen over differentiëren in het examen al een aantal jaren in geen verhouding staan tot de hoeveelheid tijd die er in de lessen aan besteed is.

In een andere groep merkt men op dat het echt tijd wordt een vraagstuk op te nemen waarbij de continuïteitscorrectie wel moet worden toegepast, omdat leerlingen en hun docenten anders een moeilijk te bedwingen neiging zullen krijgen de continuïteitscorrectie als niet meer relevante examenstof te beschouwen.

Van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren vraagt men duidelijke afspraken over:
- criteria bij de toepassing van de continuïteitscorrectie,
- criteria voor de overstap van de binomiale naar de normale verdeling,
- het gebruik van een tekenschema bij het gebruik van de afgeleide,
- afrondingen tijdens berekeningen.

Vwo wiskunde B

Ofschoon één verslag begint met: 'Naar veler mening leek het werk redelijk, maar bleek het werk na correctie (heel) moeilijk' en een ander verslag met 'Bij de eerste inventarisatie van het werk was de algemene indruk dat het voor leraren wel te doen was', was de mening over het examen zeer negatief. Het werd omschreven als: waardeloos, veel en veel te moeilijk, geen evenwicht, te lang en opzichtig origineel. De docenten waren zeer ontevreden en de leerlingen teleurgesteld. Men vraagt zich af hoe men leerlingen op dit eindexamen moet voorbereiden. Het was moeilijker dan twee jaar geleden en de resultaten waren zeer slecht. Vooral het te weinig voorkomen van routine-opgaven heeft vele kandidaten in paniek gebracht.

Men is ook van mening dat er te veel met parameters gewerkt wordt.

In diverse bijeenkomsten wilde men de vraag over de originaliteit niet beantwoorden omdat men bang was dat het tot verkeerde conclusies zou leiden. Men was het er over eens dat over een zekere originaliteit gesproken kan worden, maar dat deze in een examen niet op prijs wordt gesteld. Volgens sommigen moeten de eerste 6 onderdelen van het examen standaard zijn.

In diverse bijeenkomsten had men grote bezwaren tegen het plaatsen van een zwaar vak als wiskunde B op een middag aan het einde van de examenperiode.

Voor de teleurstellende resultaten wijst men bovendien de volgende oorzaken aan:

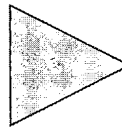
- De vragen 3 en 10 maken gebruik van niet-herhaalde onderbouw-kennis.
- Vraag 4 viel volgens sommigen buiten het examenprogramma, terwijl anderen meenden dat ze aan de rand van het vraagstellingsgebied lag.
- Dat een integraal uitsluitend met een inhoud getoetst werd en dan met het zoeken naar de primitieve van de ongebruikelijke $\cos^{-2}x$ maakte dit geen binnenkomer voor opgave 3 die de onzekerheid, ontstaan na opgave 2, zou kunnen wegnemen.
- Vraag 8 was voor velen, gezien het feit dat men niet meer zo exerceert met gonioformules, een struikelblok.
- De tekst van vraag 9 maakte de bedoeling, namelijk het minimum van een verschilfunctie uit te rekenen, gezien de tijdsdruk die ging ontstaan, niet duidelijk.
- In vraag 13 werden velen misleid door de uitdrukking 'op ware grootte'.
- Vanaf vraag 7 begon (door de warme middag?) een zekere moeheid - en dus slordigheid - op te treden, zo bleek uit de correctie.

Men vond dat de opgaven voor verschillende methoden andere moeilijkheden opleverde, maar voor elke methode te veel.

Naar aanleiding van vraag 4 en de gebruikte goniometrieformules vraagt men een duidelijke omschrijving van het examenprogramma.

Tenslotte werd in één bijeenkomst nog opgemerkt dat de tijd voor de versnelde correctie wel erg kort was. Door Hemelvaartsdag waren veel scholen vrijdag gesloten zodat men reeds woensdag deze gegevens moest inleveren. Gezien de hoeveelheid werk voor deze wiskunde-examens vwo en havo naast de normale werkzaamheden, was dit voor velen een onmogelijke zaak. Het stoorde dan ook dat diverse andere vakken de versnelde correctie pas 3 juni behoefden in te leveren.

Ook hier kwam in een regionale bijeenkomst de wens naar voren werkbladen of tekeningen voor elke leerling in tweevoud bij te voegen omdat leerlingen vaak bij een eerste poging hun werkblad verknoeien.



Mededeling

Dit najaar is Wim Schaafsma toegetreden tot de redactie.
Hij is leraar aan de S.G. Greijdanus te Zwolle, één van de A-scholen van het project W12-16. Van zijn ervaringen daarmee zullen we graag profiteren, waarmee niet gezegd is dat hij om die reden de redactie komt versterken.
Welkom!

De redactie

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Vectoren in de regen

H. M. Mulder

In een klas ontstond de volgende discussie.

Als het regent, en je moet van huis naar school, kun je het best maar stevig doorrijden, dan word je het minste nat, zo luidde iemands mening.
Nee, natuurlijk niet, dan bots je tegen meer waterdruppels, meende een ander.
Maar: als je harder rijdt, fiets je ook onder meer waterdruppels door, zonder dat ze je treffen, werd nog geopperd.

Deze discussie is niet nieuw; geen wonder in ons klimaat! Met behulp van vectoren proberen we helderheid te verschaffen.

Regen bestaat uit druppels, die met constante snelheid vallen. Misschien wekt deze mededeling verbazing, omdat we bij vallen al gauw aan een versnelde beweging denken.
De druppels beginnen natuurlijk ook allemaal versneld te vallen, maar met de snelheid neemt ook de wrijvingskracht toe. Meestal, binnen één seconde al, is deze wrijvingskracht zo groot geworden als de zwaartekracht, waardoor de beweging eenparig wordt. Zo daalt ook een ballonnetje eenparig in de lucht, en stijgen dampbellen eenparig in water omhoog.
Een druppel met een straal van 1 mm blijkt een daalsnelheid van 6 m/s te bereiken. Grotere druppels bereiken een grotere valsnelheid. Regen lijkt voor ons oog te vallen in lijnen. Op een foto zien we lijnstukjes, die langer zijn naarmate de druppels dikker zijn.

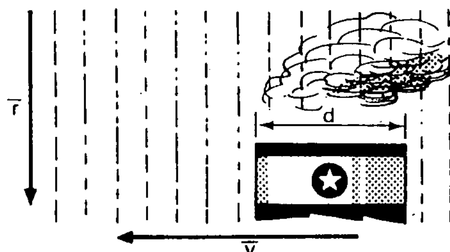
Om het gestelde probleem op te lossen gaan we het eerst wat vereenvoudigen. We veronderstellen dat alle druppels even groot zijn, dat de regen verticaal valt, dat ook ons lichaam zich in een verticale positie bevindt, dat er geen wind is, en dat de regen die we van opzij krijgen te verwaarlozen is.



Onder deze aannamen gaan we na hoe nat we van boven, respectievelijk van voren worden.

Nat van boven

Als model gebruiken we een schip op zee, varend in de regen, en met de pijp verticaal (figuur 1).
De vraag is: hoeveel water zal er in de pijp komen?



Figuur 1. Regenval in de pijp van een schip.

Dit zal kunnen afhangen van:
- de doorsnede van de pijp-opening d (m^2)
- de vaarvector of de snelheid van het schip v (m/s)
- de regenvector of de daalsnelheid van de regen r (m/s)
- de af te leggen afstand s (m)
- de daarvoor benodigde tijd t (s)
- de dichtheid van de regen n

Met de dichtheid van de regen bedoelen we hoeveel water zich tijdens het regenen bevindt in 1 m^3 van de ruimte. Als er bijvoorbeeld 1 cm^3 water zit in 1 m^3, zeggen we dat de dichtheid 0,000001 is.

Als het schip zich nu 1 seconde over een afstand v naar links beweegt (figuur 2a), dan komen alle druppels die zich aanvankelijk in het gestippelde gebied bevonden, juist in de pijp terecht. We zouden dat gebied ook als volgt hebben kunnen vinden: denk de regendruppels stil hangend en de pijp schuin omhoog bewegend in de richting van de vector $v + (-r)$. (Dit is ook de richting van de regenstrepen op de ruiten van een rijdende trein.)
Het gestippelde gebied heeft een inhoud van $d \cdot r$ (m^3), en de erin aanwezige hoeveelheid water is $n \cdot d \cdot r$ (m^3).
De hoeveelheid water die per seconde in de pijp terechtkomt is dus onafhankelijk van de snelheid van het schip!
Gedurende t seconden wordt de hoeveelheid water die in de pijp terechtkomt:

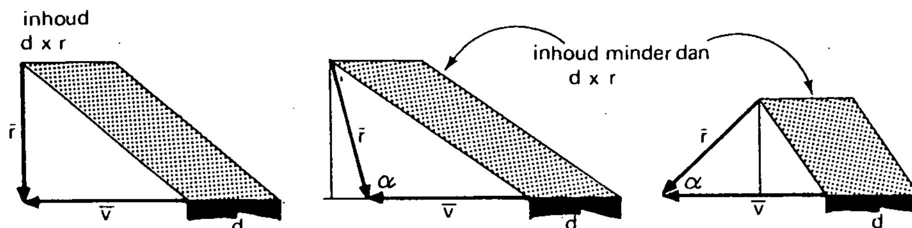
$n \cdot d \cdot t \cdot r$ (m^3), en omdat $t = \frac{s}{v}$ wordt de totale hoeveelheid water bij het doorlopen van een traject met lengte s aldus $\frac{n \cdot d \cdot r \cdot s}{v}$ m^3

Hieruit volgt derhalve: hoe sneller het schip vaart, des te minder water in de pijp.

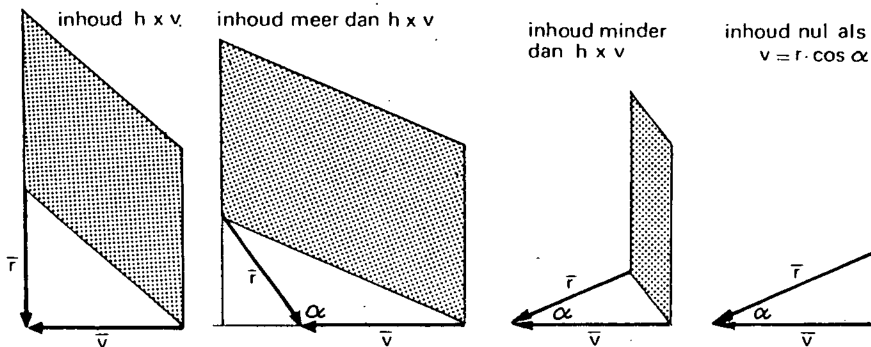
In de figuren 2b en 2c is nog de situatie weergegeven in het geval dat de regen schuin valt. Hieraan is te zien: hoe schuiner de regen invalt, des te minder water in de pijp komt.

Nat van voren

Het gaat er nu om te zien, hoeveel water aan de voorzijde tegen ons aanslaat. In figuur 3a is het gebied gestippeld in het geval van verticaal vallende regen.



Figuur 2a, b en c. Regenval aan de bovenzijde.



Figuur 3a, b, c en d. Regenval aan de voorzijde.

Als we de oppervlakte aan de voorkant aangeven met h (m^2), is de hoeveelheid water die de voorkant per seconde treft:
$n \cdot h \cdot v$ (m^3)
Het blijkt dus niets uit te maken hoe snel de regen valt. De totale hoeveelheid water over een afgelegde afstand s wordt dan:
$n \cdot h \cdot v \cdot t = n \cdot h \cdot s$ m^3

Deze uitkomst is onafhankelijk van de snelheid van de fietser!

In de figuren 3b en 3c zijn weer situaties getekend waarbij de regen schuin invalt. Als de regen schuin van voren invalt, krijgen we meer water tegen onze voorkant dan bij verticaal vallende regen. Valt de regen schuin van achteren in, dan is dat juist andersom. Het is in dat geval zelfs mogelijk juist zó hard te gaan, dat aan voor- en achterzijde géén regendruppels komen!
Zoals in figuur 3d te zien is, is dit het geval bij $v = r \cdot \cos \alpha$

Hoe nat?

De voorgaande paragrafen resulteren in een tweetal formules, die aangeven hoe nat we van boven, respectievelijk van voren, worden als we ons door de regen begeven. Op grond hiervan kunnen we in principe bepalen hoeveel water we tijdens zo'n bui opvangen. Uiteraard kunnen we niet meer doen dan een voorzichtige schatting maken.

Eerst bepalen we de dichtheid n. We gaan er van uit, dat er 5 mm per uur valt (hetgeen bij gestaag vallende regen een redelijke benadering is). Verder rekenen we met verticaal vallende regen, die een daalsnelheid van 6 m/s heeft.
Bij 5 mm per uur valt op een grondoppervlakte van 1 m^2 in die tijd 5 liter water.
Bij een daalsnelheid van 6 m/s valt in 1 uur op 1 m^2 een hoeveelheid water die gelijk is aan
$n \cdot 6.3600$(m^3)
(De – hypothetische – regenkolom die in 1 uur neerdaalt op die vierkante meter, heeft een hoogte van 6.3600 meter!)
Nu moet gelden: $n \cdot 6.3600\,\text{m}^3 = 5$ liter $= 0{,}005\,\text{m}^3$
Zo komen we op $n = 2{,}3 \cdot 10^{-7}$
Dit betekent, dat zich in 1 m^3 ruimte slechts 0,23 cm^3 water bevindt, wat heel weinig lijkt. Omdat de inhoud van een druppel met straal 1 mm ongeveer 4,2 mm^3 is, bevinden zich in 1 m^3 van de ruimte maar ongeveer 55 druppels.
Nemen we nu als oppervlakte aan de voorkant 0,3 m^3 en als oppervlakte aan de bovenkant 0,06 m^3 en fietsen we met een snelheid van 6 m/s (= 21,6 km/u), dan ontvangen we over een afstand van 1 kilometer $n \cdot (d + h) \cdot s = 0{,}83 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^3 = 83\,\text{cm}^3$ water. (N.B. Door de keuze $v = 6$ m/s valt in de eerste formule v weg tegen r.)
We zouden dan wel 12 km moeten fietsen om 1 liter te ontvangen. Dit lijkt niet zo veel, maar op deze manier ontvangen we in ruim een half uur 1 liter water en dat is voldoende om behoorlijk nat te worden (iets wat we thuis, gekleed en al, zouden kunnen uitproberen).

●

Tijdens zware buien, die in ons land gewoonlijk geen uur duren, kan het veel harder regenen. Dan hebben we de eerste liter na 5 minuten al wel te pakken – als we niet even wachten.

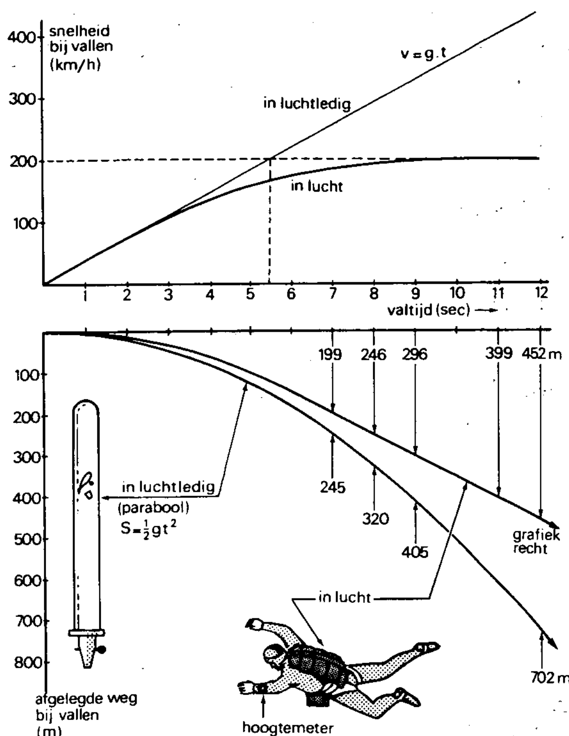
Naschrift

Misschien wekt het enige verwondering dat in dit artikel gesteld wordt dat regendruppels eenparig en niet versneld vallen.

In veel wiskundeboeken worden in toenemende mate fysische wetten ingevoerd als illustratie van wiskundige theorieën. In het kader van de valbeweging floreert daar de formule $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$. Maar ... deze formule geldt alleen bij ... vallen op de maan. Bij vallen in lucht gaat het bepaald anders, anders zou het gebruik van een parachute ook weinig zin hebben.
In lucht neemt de snelheid toe tot een zeker maximum en stijgt dan niet meer.

Als we volledig vertrouwen op $s(t) = 5t^2$ zou de valsnelheid na 12 s al gestegen zijn tot 120 m/s of 432 km/h.





Snelheid en afstand tijdens het vallen in het luchtledige en bij het parachute-springen in kruisstand.

Bij vallen in lucht moeten we rekenen met een luchtweerstand die stijgt met het kwadraat van de snelheid.
Bij iemand die vrij valt in kruisstand, zonder geopende parachute, is na 12 s de maximale snelheid bereikt en wel 55 m/s of 200 km/h. In het luchtledige wordt deze snelheid al na 5,5 s bereikt.
Bij vallen in pijlstand loopt de snelheid op tot 400 km/h en dat is daar dan de limiet.
Bij regendruppels is de maximale snelheid nog geringer, slechts 6 m/s of 22 km/h, te vergelijken met de snelheid van een fietser.

40 jaar geleden

Boven het peil van 'ik doe het zus' en 'ik doe het zo' komt de didactiek toch eigenlijk niet uit; er zijn net zoveel didactieken als er boekjesschrijvers zijn; of misschien toch niet? Zijn de didactieken, die aan al die boekjes ten grondslag liggen, (op een enkele uitzondering na, ik denk bijv. aan de boeken van drs. Van Hiele) eigenlijk niet allemaal gelijk, zodat er toch maar één (misschien glad verkeerde) didactiek is?
Men kan m.i. pas aan een didactiek voor de wiskunde gaan denken, als men eerst heeft vastgesteld *aan wie* men de wiskunde wil onderwijzen. Moet iedere huidige middelbare-scholier wiskundeonderwijs genieten (ik zeg niet wiskunde leren!), of is dit alleen nuttig voor degenen, die er, zelfs bij de slechtste didactiek, geen moeite mee hebben (voor deze laatste groep zijn onze boekjes over 't algemeen geschreven)? Is de didactiek, die voor de eerste groep de beste is, ook voor de tweede groep het meest aan te bevelen? Indien we voor de eerste groep een prachtig uitgebalanceerde didactiek opgesteld hebben, zal dan tenslotte misschien blijken, dat de resultaten van dien aard zijn, dat de kool het sop toch niet waard is? De toekomstige docent in de didactiek mag wel tegelijkertijd een paedagogisch genie en een revolutionair zijn, en niet bevreesd zijn voor de kritiek van conservatieven of progressieven!

Dr. H. Streefkerk (hoofdredacteur) in Euclides 28 (1952-1953).

● Serie ● ● ● ● ●

'Begrijpen'

▶ Weten hoe en weten waarom

Harry Broekman

'Ik weet wel hoe ik het doen moet, maar ik weet niet waarom'. Deze zin werd uitgesproken door een twaalfjarig meisje nadat ze mij had ingeschakeld om het volgende 'raadsel' aan te pakken.

- *verdubbel je huisnummer*
- *tel bij de uitkomst 5 op*
- *vermenigvuldig met 50*
- *tel je leeftijd bij deze uitkomst op*
- *tel het aantal dagen in een schrikkeljaar hierbij op*
- *noem mij je eindantwoord*
- *ik weet dan wat je huisnummer is, en je leeftijd.*

Ze had uitgezocht - door te werken met de gegevens van haarzelf, haar zusje, haar moeder én een vriendinnetje dat een paar huizen verder woonde - dat ze alleen maar 616 hoefde af te trekken van het eindantwoord. Ze was daar heel trots op, ook al wist ze niet waarom haar 'truc' werkte. Toen ik haar vroeg of ze de truc ook begreep was haar antwoord: 'eh, ja'. Achteraf bedacht ik dat haar begrijpen vermoedelijk precies datgene was wat Richard Skemp[1] aanduidde met 'instrumental understanding' (weten hoe iets te doen). Ik gebruikte het woord 'begrijpen' meer in de geest van 'relational understanding' (weten waarom iets te doen).

Op school doen zich veel situaties voor waarbij de leerlingen ervaren dat het op korte termijn voldoende is om te weten 'hóe iets gedaan moet worden'. De noodzaak om te weten 'waarom' wordt vooral gezien door leraren die naar lange-termijndoelen kijken. En ook door een aantal leerlingen dat - uit nieuwsgierigheid of misschien onzekerheid - graag het naadje van de kous wil weten.[2]
Zo'n leerling kwam ik tegen in een 6vwo-groep toen besproken werd hoe je $\int_0^\pi \sin^3 x \, dx$ zou kunnen berekenen. De uitleg - via splitsing in $\sin x \cdot \sin^2 x$ en vervolgens $\sin x \cdot (1 - \cos^2 x)$ - werd door veel leerlingen begrepen (ze konden het volgen én nadoen). Eén meisje bleef echter doorvragen omdat ze het volgens haar zeggen 'niet begreep' ook al kon ze de som nu maken.

De hier gebruikte indeling in twee verschillende soorten van 'begrijpen' kan verder verfijnd worden, maar van belang voor het dagelijkse onderwijs is vooral de beslissing van docenten (en de leerlingen?) hoever zij willen gaan.
Om met de tafel van negen te spreken:[3]
- willen we dat de leerlingen deze geheel van buiten kennen en vrijwel gedachteloos 'begrijpen' dat 7×9 gelijk is aan 63?
- willen we dat ze kunnen 'waarnemen' dat de som van de cijfers altijd negen is en dat het cijfer dat de tientallen aangeeft altijd één kleiner is dan de vermenigvuldiger?
- willen we dat de leerlingen de tafel van negen zien als stapjes op de getallenlijn: telkens het volgende tiental in maar wel net één minder dan bij een 'stap van tien'. En moeten ze de voorgaande waarnemingen daarmee kunnen verklaren?
- willen we dat ze het voorgaande (relationele begrijpen) formeel kunnen bewijzen met behulp van algebraïsche terminologie?

Kortom: Wat willen we dat ze *kunnen* en wat willen we dat ze *begrijpen*?

Literatuur

1. Richard Skemp, Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching 77*, Dec. 1976.
2. Pierre M. van Hiele, *De problematiek van het inzicht*, Wolters-Noordhoff, Groningen 1957.
Pierre M. van Hiele, *Structure and Insight*, Academic Press, New York 1986.
3. Laurie Buxton, Four levels of understanding, in: *Mathematics in School.....*

● Serie ● ● ● ● ●

Wiskunde 12-16 (experimenteel)

▶ Realistische meetkunde

M.C. van Hoorn

De vorige maand besprak ik algebra-opgaven uit het experimentele C-examen. Deze keer probeer ik de meetkunde-opgaven uit het experimentele D-examen te analyseren. Ze staan op de werkbladen. Zoals met de meeste opgaven het geval is, zijn er meetkunde-opgaven in het experimentele C-examen die sterk op deze D-opgaven lijken. De eerste opgave, betreffende het stadje Horn, is zelfs geheel gelijk. De C-kandidaten konden er een puntje meer mee verdienen.

Het stadje Horn

Horn ligt in Limburg, en de vesting was oorspronkelijk een kasteel. Het meest intrigerend op de tekening is de koepel.
Pas in de late Renaissance werden in West-Europa koepels gebouwd. De eerste renaissancistische koepel is die van de Domkerk te Florence (1420). De koepel van Horn moet derhalve dateren uit de late 15e eeuw, of uit de 16e eeuw.

De enige graven Floris die ons uit de vaderlandse geschiedenis bekend zijn, waren graven van Holland. De laatste van hen was Floris V, die in 1296 werd vermoord. Geen van hen heeft ooit een veldtocht naar Limburg gemaakt.

Dit alles doet natuurlijk niet ter zake. De tekeningen mogen best anachronistisch zijn. Het gaat niet om de realiteit, maar om de examensom. Deze examensom behoort inmiddels tot een bekend type. Al heel wat molens en vuurtorens vonden hun plaats in 'experimentele' teksten. Als de leerlingen voldoende oefening hebben gekregen in het tekenen van kijklijnen (in een bovenaanzicht, dat op een bijlage staat - thans niet in Euclides afgedrukt), zullen ze hier wel uit komen. Dit lijkt me typisch een soort opgave die vermoedelijk snel gaat slijten.
Jammer eigenlijk dat ook in het nieuwe leerplan nu al zulke opgaven zijn aan te wijzen.

Ansichtkaart vergroten

Dit vind ik meteen een mooie opgave. Een origineel idee, bovendien in een begrijpelijke context - een lessituatie. Of je met een foto, die in 30 stukken verdeeld en zo vergroot wordt, een mooi resultaat kunt krijgen laat ik in het midden. De eerste vraag is meteen lastig: de oppervlakte moet 360 mm^2 zijn, en de zijdelengten moeten passen op 12 respectievelijk 9 cm. Even proberen: de helft van 24 en het dubbele van 15: 12 bij 30 mm, deze kan ook. Maar andersom, met 48 bij 7,5 mm past het niet. Aardig zoekwerk.
Ook de volgende vraag (vraag nummer 23, in plaats van vraag 8b, in hoeveel landen op deze wereld existeert zo'n malle nummering?) is mooi puzzelachtig. Kennis van verhoudingen komt om de hoek kijken, en vooral vaardigheid daarmee. De volgordeomkering (40 bij 28 cm!) zal sommigen opbreken.
Vraag 24 is ten dele een stapelvraag.

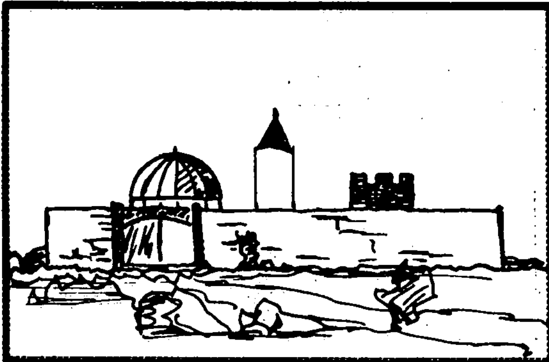
Ik zou wel eens willen weten hoe deze opgave gemaakt is. Hopelijk hebben rekenfouten de zaak niet bedorven.

● Werkblad ●

▶ Opgave 6 Het stadje Horn

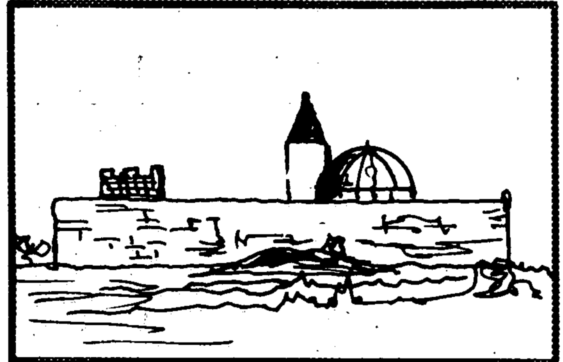
Graaf Floris is op weg om het stadje Horn te veroveren. Hij wil graag weten hoe de plattegrond eruit ziet. Daarom heeft hij drie spionnen vooruit gestuurd.

De spion die vanuit het westen naar Horn keek, maakte deze tekening:



Horn vanuit het westen

De spion die vanuit het noordoosten keek, tekende:



Horn vanuit het noordoosten

De derde spion keek vanuit het zuiden, maar die spion is nog niet terug. "Die tekening maak ik dan zelf wel", zei Floris.

Op de bijlage bij vraag 16 zie je dat de ronde muur van het stadje Horn al getekend is.

7p (16) ☐ Laat met een tekening op de bijlage zien hoe je de juiste plaats van de drie torens van Horn kunt vinden.
Zet een G op de plaats van de gekartelde toren;
zet een B op de plaats van de bolvormige toren;
zet een P op de plaats van de puntige toren.

Op de bijlage bij vraag 17 is het zuidelijk aanzicht van de muur al getekend.

4p (17) ☐ Teken in die figuur de drie torens op de juiste plaats.

Uit: Experimenteel D-examen 1992. *(Bijlagen zijn niet afgedrukt.)*

▶ Opgave 8 Ansichtkaart vergroten



Een tekenleraar heeft een ansichtkaart van 12 bij 9 cm. Zijn klas met 30 leerlingen gaat deze kaart vergroten. De leraar snijdt de kaart daarom in 30 gelijke stukjes. Elke leerling krijgt daarna een stukje om op een tekenvel te vergroten.
Een geschikte verdeling krijg je met stukjes van 24 bij 15 mm. Er zijn meer mogelijkheden.

4p 22 ☐ Bedenk zelf een andere geschikte verdeling.

Elke leerling krijgt een stukje van 24 bij 15 mm.
Iedere leerling krijgt een tekenvel waar zijn tekening op moet passen.
De leraar heeft tekenvellen van 28 bij 40 cm in voorraad. Hij wil een zo groot mogelijke vergroting.

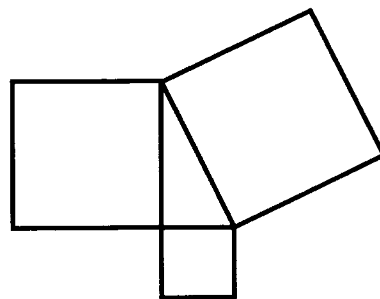
4p 23 ☐ Op welke maat moet hij de tekenvellen dan afsnijden? Verklaar je antwoord.

Als de tekeningen klaar zijn, worden ze tegen elkaar op een groot stuk karton geplakt.

4p 24 ☐ Welke maten moet dat stuk karton hebben? Leg je antwoord uit.

Uit: Experimenteel D-examen 1992.

● Bijdrage ● ● ● ●



Afbeelding 1. Een beeld van Pythagoras.

▶ Pak er even een schaar bij . . .

Ronald Keijzer

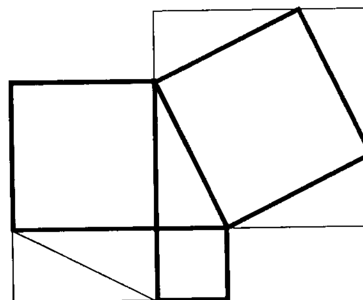
Multatuli vond ruim honderd jaar geleden een fraai bewijs voor de stelling van Pythagoras. Een blikwisseling levert een nieuw elegant bewijs.

Ed de Moor liet ons in Euclides 67, 5 (hernieuwd) kennis maken met een bewijs van de stelling van Pythagoras, zoals dat ruim honderd jaar geleden gegeven werd door Multatuli.[1] Een prachtig bewijs, vind ook ik. Al valt er over smaak, zelfs bij het geven van wiskundige bewijzen, niet te twisten. Je hoort De Moor bij het presenteren van dit bewijs van Multatuli bijna uitroepen: 'dat zie je zo . . .'. en je ziet het inderdaad ook in één oogopslag.

Tijdens een project Algemene Vorming lieten wij onze tweedejaars PABO-studenten kennis maken met een stukje meetkunde uit de vorige eeuw. Op het programma stond ook het bewijs van de stelling van Pythagoras volgens Multatuli. De studenten werden uitgedaagd de twee vierkanten uit het bewijs van Multatuli te zien in één tekening.

In afbeelding 1 staat van de stelling van Pythagoras het meest bekende (en dominante) beeld.

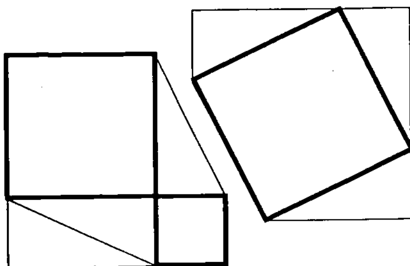
In afbeelding 2 is te zien hoe hieraan vijf driehoeken zijn toegevoegd.



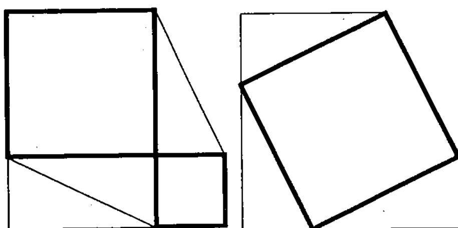
Afbeelding 2. Vijf driehoeken toegevoegd.

In afbeelding 2 kunnen we nu, door het intekenen van een extra driehoek in het grote vierkant, twee evengrote vierkanten ontdekken. Dezelfde als uit het idee van Multatuli.[2]

Ik wilde het bewijs van Multatuli voor de studenten iets concreter maken. Ik knipte daartoe eerst de figuur in afbeelding 2 in zijn geheel uit. Daarmee stuitte ik op een probleem dat ik zeker vooraf had kunnen voorzien. Wanneer ik de twee evengrote vierkanten van Multatuli wil uitknippen heb ik twee driehoeken twee keer nodig. Plotseling zag ik dat het ook op een andere manier kon. De 'Multatulifiguur' knipte ik als het ware middendoor. Er ontstonden de twee figuren uit afbeelding 3. Ik zag meteen dat de twee vijfhoeken die nu ontstaan waren congruent zijn. Door het meest rechtse deel van de verknipte figuur 180° te draaien, zie afbeelding 4, is dat nog beter zichtbaar; of na het uitknippen: de twee delen passen precies op elkaar.



Afbeelding 3. De figuur uit afbeelding 2 is langs de schuine zijde in twee delen geknipt.



Afbeelding 4. Het rechtse deel uit afbeelding 3 is geroteerd over 180°. De twee delen zijn congruent.

Zonder mijzelf in de discussie te wagen wat nu wel of niet een elegant bewijs is, zou ik zelf dit bewijs op z'n minst heel fraai willen noemen. Dit epistel is voor een deel bedoeld als pleidooi voor de schaar als didactisch hulpmiddel in de wiskundeles. Het bewijs van de stelling van Pythagoras dat ik hierboven gaf heeft in feite geen woord nodig. Het laten knippen, het knippen voordoen of de kniphandelingen zichtbaar maken in een stripverhaal of video-opname (een moderner didactisch hulpmiddel dat de gang naar de wiskundeles nog moet vinden) laat alles zien. Bovendien meen ik dat het een nieuw bewijs is. In het door De Moor geciteerde boek van Loomis komt het in ieder geval niet voor.[3]

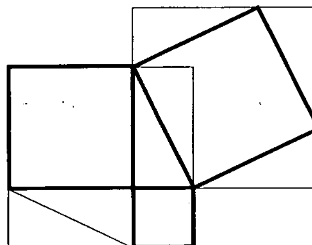
Ed de Moor vergelijkt het bedrijven van synthetische meetkunde met het fietsen van de Tour de France op een gewone fiets. Het bewijs van de stelling van Pythagoras dat ik hier gaf lijkt zeker te voldoen aan De Moors definitie van synthetisch bewijs. Immers bijna alle ingrediënten voor zo'n bewijs zijn aanwezig. Een analyse vooraf, hoe kort die ook was, en de blikwisseling naar het vergelijken van vijfhoeken vormt een fraai nevenresultaat. Maar ondanks mijn ervaringen met het fietsen in Frankrijk, riep dit bewijs geen beeld op waarbij ik, mijzelf tergend, zwoegend over de eindstreep ga. Voor mij, als gepassioneerd (meetkundig) puzzelaar, gaat de aantrekkingskracht van de meetkunde juist uit van het gegeven dat onbekend is waar de eindstreep zich bevindt. Je bent, wanneer je op deze manier meetkunde bedrijft, telkens op zoek naar details die je eerder over het hoofd zag. En plotseling zie je het. Maar daar hebben we al veel langer een weinig Nederlands woord voor: Aha-Erlebnis.

Over de auteur

Ronald Keijzer studeerde in de periode 1979-1985 Wiskunde aan de Universiteit van Amsterdam. Na zijn afstuderen werkte hij enige tijd bij de NLO D'Witte Leli. De laatste jaren geeft hij Wiskunde & Didactiek aan studenten van de Lerarenopleiding Basisonderwijs van de Algemene Hogeschool Amsterdam. Ronald Keijzer publiceerde de afgelopen jaren regelmatig in de tijdschriften Willem Bartjens en Panama Post.

Noten

1. De Moor, E., Analyse, Synthese en Elegance, in: Euclides 67, 5 Groningen.
2. Afbeelding 2 met ingeschreven extra driehoek. Het grote vierkant rechtsboven is evengroot als het vierkant dat nu linksonder is ontstaan.



3. Loomis, E.S., *The Pythagorean Proposition*, NCTM, 1972. Dit boek bevat 256 bewijzen van de stelling van Pythagoras.

► Het Bedrijfspracticum, praktische wiskunde alternatief getoetst

Victor Schmidt

Op de jaarvergadering/studiedag van de NVvW van 26 oktober 1991 hield Jan de Lange een voordracht met als titel 'Geen toets zonder problemen'. De Lange presenteerde onder andere een scala aan verschillende toetsvormen met als aanbeveling de leerling zo veel mogelijk van deze vormen, in onderlinge samenhang, aan te bieden.

Dit artikel gaat over de wijze waarop deze aanbeveling in het eerste jaar van het heao in Groningen gestalte krijgt en welke ervaringen daarmee zijn opgedaan.

De heao-studie

De studie aan het heao in Groningen is, zoals elke hbo-opleiding, gesplitst in twee fasen; de propaedeutische fase (het eerste jaar) en de hoofdfase (de overige jaren). Elke student volgt in het eerste jaar (nagenoeg) dezelfde vakken, in de hoofdfase kiest de student uit een van de tien studierichtingen die het heao in Groningen kent.

Het praktijkgerichte gedeelte van de studie is voornamelijk geconcentreerd in de hoofdfase. De student loopt dan stage en volgt ter voorbereiding daarop projectonderwijs. Bij de laatste onderwijsvorm werken de studenten groepsgewijs aan een opdracht van aanzienlijke omvang, zoals het ontwerpen van een informatiesysteem, het in kaart brengen van de formulierenstroom in een bedrijf, of het opstellen van een beleidsadvies voor het college van B en W in een bepaalde gemeente, al naar gelang de keuze van de studierichting.

Traditioneel is de beginfase van de studie aan het heao vrij theoretisch van aard. Het studieprogramma in de eerste twee jaar kent naast een aantal beroepsgerichte vakken een ruime hoeveelheid ondersteunende vakken, waar wiskunde ook deel van uitmaakt. Enerzijds is deze opzet noodzakelijk om met succes de praktijkcomponenten te kunnen volgen, anderzijds staat de massale instroom van eerstejaars studenten docent-intensieve onderwijsvormen nauwelijks toe. Nadeel van het theoretische karakter van de beginfase van de studie is, dat studenten, veelal met de verwachting binnenkomend met de praktijk kennis te maken, nog ongeveer twee jaar lang hun verwachting daaromtrent niet bewaarheid zien. In deze situatie heeft een aantal heao's, waaronder die in Breda, Den Haag en Groningen, besloten ook in de beginfase van de studie de student te laten ruiken aan de beroepspraktijk. Zo ontstond op genoemde hogescholen het zogenaamde *Bedrijfspracticum*, een op de praktijk gericht studieonderdeel in het eerste jaar.

Processen

In Groningen is ervoor gekozen de processen die in een bedrijf (of algemener: in een organisatie) een rol spelen en hun onderlinge samenhang in het Bedrijfspracticum centraal te stellen. Zo kent elke organisatie een *primair proces*, het proces waaraan ze haar bestaansrecht ontleent.
In een produktiebedrijf is het produktieproces, waar grondstof tot eindprodukt wordt verwerkt, het primaire proces.
Een school ontleent haar bestaansrecht aan het leerproces, dat aankomende brugklassers transformeert tot abituriënten.
Een ziekenhuis is er voor om patiënten te helen.

Ter ondersteuning en besturing van het primaire proces moeten er in de organisatie een financieel proces, een informatieproces, een communicatieproces, enzovoorts plaats vinden. Volgt men op deze wijze de bedrijfskundige literatuur, dan is het volledige bedrijfsproces op te delen in een tiental deelprocessen. Elke vakgroep die normaal colleges verzorgt in het eerste studiejaar, werd uitgenodigd een onderwerp uit het reguliere eerstejaars programma te koppelen aan een van de genoemde deelprocessen. De vakgroep wiskunde werd gevraagd het primaire proces voor haar rekening te nemen. Omdat *lineair programmeren* deel uitmaakt van de stof voor het eerste jaar, was de keuze al snel gemaakt. Voortaan zou dit onderwerp in het Bedrijfspracticum en niet meer in de colleges aan de orde komen.

Het Bedrijfspracticum

Het Bedrijfspracticum wordt de studenten aangeboden in zogenaamde *modules*. Elke donderdag volgt een klas een afgeronde module, waarbij één van de deelprocessen centraal staat. Van de module 'primair proces' was vastgesteld dat de studenten 's ochtends een twee uur durend bezoek zouden brengen aan een produktiebedrijf in de regio. Daartoe was een vijftigtal bedrijven bereid gevonden de studenten te ontvangen. De bedoeling was om in het middagprogramma, dat door de vakgroep wiskunde verzorgd moest worden, de ervaringen van het ochtendbezoek te verwerken met behulp van het lineair programmeren. Helaas, het merendeel van de te bezoeken bedrijven viel in de categorie midden- en kleinbedrijf.
Bedrijven van een dergelijke omvang passen in de bedrijfsprocessen geen lineair programmeren toe. Hoogstens zou deze optimalisatietechniek in planningspakketten verscholen kunnen zijn. Als zodanig werd ze niet door de bedrijven herkend. Slechts de plaatselijke suikerfabriek meldde bepaalde problemen met lineair programmeren op te lossen.
Daarnaast moest ook rekening gehouden worden met de capaciteiten van de student. Omdat de student geheel zelfstandig de benodigde theorie zou moeten doornemen voorafgaande aan de practicumdag, moesten we ons als ontwikkelteam beperken tot de grafische oplossingsmethode. We zouden slechts problemen met twee variabelen aan de orde kunnen stellen, terwijl in de praktijk het aantal variabelen een veelvoud van twee is.

In het jaar waarin in Groningen het Bedrijfspracticum van start ging hebben we zelf een casus ontwikkeld en die elke practicumdag aan de studenten voorgelegd. Deze nogal omvangrijke casus betrof een fictief bedrijf, waar de studenten groepsgewijs de opdracht kregen een order tegen zo laag mogelijke kosten in te plannen op de beschikbare produktielijnen. Het resultaat was een groepswerkstuk, waarin de oplossing van het gestelde LP-probleem werd gepresenteerd. Tijdens de evaluatieronde na afloop van het semester bleken de studenten het Bedrijfspracticum in zijn geheel niet zo praktijkgericht te vinden als wij zelf ingeschat hadden. De casus uit de module 'primair proces' vonden ze in het algemeen te moeilijk. Tevens misten de studenten aan het eind van de practicumdag een soort van afsluiting. Op basis van deze kritiek besloten we dit jaar de module anders in te vullen.

Het bedrijfsbezoek in de ochtenduren bleef onderdeel van de practicumdag. Om het verband tussen het bezoek en de middagopdrachten duidelijker naar voren te laten komen schrapten we de fictieve casus en stelden ons tot doel bij elk te bezoeken bedrijf de studenten een LP-probleem aan te bieden. Dat een zuiver realistische casus onmogelijk was, blijkt uit het voorgaande. In plaats daarvan vroegen we ons af welk probleem het bedrijf in het produktieproces met lineair programmeren *op zou kunnen lossen*.

Een voorbeeld is een probleem dat aan de orde komt bij een bezoek aan een kartonnagefabriek in Oost-Groningen. Tijdens het bezoek vertelt de gastheer over het produktieproces, waarbij oud papier wordt verwerkt tot massiefkarton. De aanvoer van oud papier bestaat tegenwoordig steeds meer uit papier zoals dat in tijdschriften en reclamefolders wordt gebruikt. Dit gladde papier is minder goed verwerkbaar dan bijvoorbeeld krantepapier. Op basis van deze informatie hebben we het volgende LP-probleem ontworpen.



Stel dat de kartonnagefabriek slechts twee leveranciers kent. Een van de twee levert papier dat al ontdaan is van verontreinigingen als plastic, metaal, enzovoorts. De aanvoer van de andere moet ter plaatse worden gezuiverd.
Elk van de leveranciers levert een vast percentage aan glad papier en aan gewoon papier. Beide leveranciers storten hun aanvoer in dezelfde ruimte.
In het produktieproces mag het aandeel van glad papier in de aanvoer een bepaald verhoudingsgetal niet overschrijden. Per dag kan er ten hoogste een bepaalde hoeveelheid oud papier worden aangevoerd (de stortruimte kent een bepaalde omvang) en wenst de bedrijfsleiding tenminste een bepaalde hoeveelheid oud papier te verwerken. Beide leveranciers berekenen tenslotte een verschillende prijs per ton papier. Welke hoeveelheden moeten er dagelijks door elk van beide leveranciers worden aangevoerd om de inkoopkosten zo laag mogelijk te houden?

Dit is duidelijk geen realistische context. De kartonnagefabriek kent uiteraard meer dan twee leveranciers en de samenstelling van de aanvoer van elk van de leveranciers varieert per levering. Het aanbieden van een realistische context op dit niveau en met de eerder genoemde beperkingen is echter nauwelijks mogelijk. Uit het voorbeeld blijkt dat we gekozen hebben voor een *probleemgerichte* aanpak. 's Ochtends worden de studenten met een specifiek probleem geconfronteerd, 's middags moeten ze aan dat probleem rekenen.

Niet altijd is het ons gelukt zo'n probleemstelling in het te bezoeken bedrijf te vinden, bijvoorbeeld omdat het produktieproces te ingewikkeld of juist te simpel van aard is, of ons onbekend is. In dergelijke gevallen hebben we ons afgevraagd wat een probleem voor dat bedrijf *zou kunnen* zijn. Zo zal een producent van luiers en maandverband er voor moeten zorgen dat de verhouding jongensluiers : meisjesluiers in voorraad ongeveer 1 : 1 is. Stel dat door onbekende oorzaak die verhouding is verstoord, hoe kan die binnen een bepaalde tijd weer worden hersteld onder bepaalde nevenvoorwaarden? Een aardappelmeelfabrikant zal aan het begin van de campagne willen weten hoe lang de campagne tenminste en ten hoogste zal duren om bepaalde leverings- en afname-afspraken na te komen.
Kortom, met enige creativiteit bleek het mogelijk een tiental LP-problemen te ontwerpen, die aansluiten bij de te bezoeken bedrijven.

Toetsing

Naast de inhoudelijke invulling van de module moest ook bedacht worden op welke wijze de studenten getoetst zouden moeten worden en hoe de practicummiddag af te sluiten. De studenten werken in groepen van vijf à zes en krijgen de opdracht het produktieproces van het bezochte bedrijf en de oplossing van het LP-probleem in een schriftelijk verslag te beschrijven en om een mondelinge presentatie van maximaal 15 minuten voor te bereiden. Tijdens die presentatie dient tenminste de oplossing van het LP-probleem aan de orde te komen. Aan het einde van de middag wordt door loting bepaald welke groep de presentatie daadwerkelijk houdt.
Hoe ervaren de studenten de module in deze opzet? Elke practicumdag wordt ze gevraagd hun ervaringen en commentaar bij hun verslag te voegen. Daaruit blijkt dat ze het ochtendbezoek in het algemeen hoog waarderen; ze worden prettig ontvangen en veelal rondgeleid door de produktiehal. De middagopdracht wordt daarentegen minder positief beoordeeld. Veel studenten vinden het moeilijk een LP-model op te stellen en klagen over onduidelijkheid en vaagheid. Tijdens de practicummiddag word ik als begeleidend docent overstelpt met vragen en met al dan niet gelukte pogingen restricties en een doelstellingsfunctie op te stellen. Soms kunnen de studenten het gestelde probleem met enig gezond verstand nog wel oplossen, maar het ontbreekt veel studenten aan het vermogen de lineaire ongelijkheden en dito functies te bedenken. Het lijkt wel of er bij studenten iets blokkeert zodra er variabelen als x en y ten tonele verschijnen.
De presentatie is een spannende gebeurtenis. In het algemeen brengen de studenten het er goed van af en maken fraaie overheadtransparanten. In hun commentaar maken sommige studenten melding van het feit dat ze door de kans een presentatie te moeten houden gedwongen worden de oplossing goed te doorgronden. Andere studenten lopen bij de presentatie simpelweg over de moeilijkheden heen; de restricties worden gepresenteerd, maar met behulp van welk gegeven ze kunnen worden opgesteld blijft in het midden. Gelukkig voor hen vragen hun medestudenten niet verder door; ik evenmin.

Tenslotte blijken veel studenten er moeite mee te hebben de theorie zelfstandig door te nemen. In de syllabus wordt de techniek van het lineair programmeren aan de hand van een zeer eenvoudig voorbeeld geïllustreerd. Kennelijk verwachten studenten op de practicummiddag een soortgelijk probleem, dat ze op dezelfde manier op kunnen lossen. Aangezien ik de mening ben toegedaan dat imitatieleren uit den boze is, worden studenten in hun verwachting tekort gedaan. Daarnaast keert in de commentaren steeds weer de roep terug de theorie in de vorm van een inleidend college te behandelen. Betekent dit dat studenten meer visueel/auditief dan tekstueel zijn ingesteld?

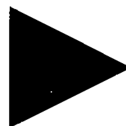
Beoordeling van verslagen

De beoordeling van de verslagen verloopt anders dan de beoordeling van een tentamen. Wordt een tentamen becijferd op basis van een gedetailleerde puntenverdeling, een verslag wordt bekeken op vijf rubrieken: de juistheid van de inhoud, het taalgebruik, de omvang en correctheid van begeleidende tekst, het gebruik van wiskundige begrippen en de netheid van het verslag. De studenten zijn op de hoogte van de beoordelingscriteria. Op elk van deze rubrieken wordt een cijfer uit de reeks 3, $4\frac{1}{2}$, 6, $7\frac{1}{2}$ en 9 gegeven, tenzij de rubriek niet te beoordelen is, bijvoorbeeld omdat de studenten geen wiskundige begrippen in hun verslag gebruiken. Het eindcijfer is het gemiddelde van de scores op de rubrieken. De groep die de presentatie moet houden, kan maximaal een punt op dit cijfer in meerdering of mindering worden gebracht. Deze manier van beoordelen bevat een aantal subjectieve elementen, maar door het systeem van rubriekcijfers wegen positieve en nevatieve aspecten uit het verslag evenwichtig mee in het cijfer. Voordeel van deze systematiek voor de docent is de betrekkelijk korte tijd die de beoordeling in beslag neemt. Mij kost het een klein uur per klas van vier of vijf groepen.

De laagste cijfers worden op de rubriek 'begeleidende tekst' behaald. Vaak schrijven studenten restricties op zonder enige vorm van begeleidende tekst of slechts voorzien van steekwoorden. Het lijkt moeilijk om in heldere taal uiteen te zetten hoe een restrictie in de wereld komt en hoe de doelstellingsfunctie verband houdt met de doelstelling die door bedrijfsleiding wordt geformuleerd. Daarnaast blijkt een substantieel deel van de studenten het onderscheid tussen functie, vergelijking en ongelijkheid niet te kennen. Niet zelden wordt de doelstellingsfunctie in de vorm van een of andere ongelijkheid gepresenteerd.

Beter wordt er gescoord op de rubrieken 'juistheid' en 'netheid'. Met veel moeite en hulp mijnerzijds zijn studenten in staat het juiste model op te stellen. Ook over de netheid van de verslagen en van de eventueel bijgevoegde overheadtransparanten heb ik niet te klagen. Taalgebruik wordt tenslotte expliciet beoordeeld, niet erg gebruikelijk voor een werkstuk wiskunde. Taal- en stijlfouten worden door mij als zodanig aangestreept en leiden tot een laag cijfer op deze rubriek. Weliswaar treed ik als docent wiskunde zo buiten mijn vakgebied, maar dat is inherent aan het interdisciplinaire karakter van het Bedrijfspracticum.

De voordracht van Jan de Lange bevatte voor mij een groot aantal herkenningspunten. Mogelijk dat u als docent wiskunde, niet gewend aan alternatieve toetsvormen, de voordracht met gemengde gevoelens hebt aangehoord en uw voordeel kunt doen met de ervaringen op het heao Groningen.



Vreemde woorden in de wiskunde

Discriminant (< Lat. *discriminans*, part. praes. van *discriminare* = onderscheiden; < *discrimen* = onderscheid; ∽ *discernĕre* = onderscheiden). Lett. het onderscheidende. De discriminant van een algebraïsche vergelijking stelt in staat te onderscheiden, of er al dan niet twee gelijke wortels zijn.

Elimineren (< Lat. *eliminare* = over den drempel zetten; < *e* = uit; *limen* = drempel). Lett. over den drempel zetten, wegwerken. De naam elimineren voor het opstellen van de voorwaarde, waaronder twee of meer vergelijkingen een gemeenschappelijke oplossing toelaten, is ontleend aan het feit, dat in deze voorwaarde de onbekende uiteraard niet meer voorkomt, dus geëlimineerd is.

Dijksterhuis en Van der Wielen, 1948.

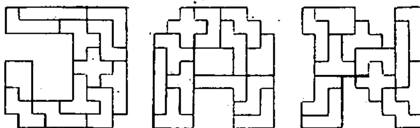
Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 640

Bij "The Mathematical Association of America" is in 1991 verschenen het boek "Polyominoes, a guide to puzzles and problems in tiling" door George E. Martin.
Van de monomino tot en met de heptomino worden vlakvullingsproblemen bestudeerd. Van de vele problemen die erin beschreven worden zijn er 21 nog onopgelost. Helaas moet ik constateren dat de moderne computer een aantal hiervan binnen een uur kan oplossen. Het verbaast me dan ook dat ze door prof. Martin als onopgelost worden bestempeld. Verder is het boek een bundeling van bijna alle artikelen over vlakverdelingen in de wiskundetijdschriften. Dit boek geeft ongeveer de stand van zaken aan op dit moment. Ik ben zeer benieuwd of het volgende onopgeloste probleem ooit wordt opgelost: "When does a given polygon tile the plane?"

Met de pentomino's kunnen we ook goed gelijkende letters en cijfers maken. Goede resultaten kunnen verkregen worden door in een 9 x 9-vierkant 60 hokjes zwart te kleuren en dan te bedekken met pentomino's. Hieronder drie voorbeelden. Aan u de vraag om ieder van de 7 verschillende letters van EUCLIDES te bedekken met de 12 verschillende pentomino's.
Als u binnen een maand uw oplossing instuurt ontvangt u 7 punten voor de puzzelladder.

Heel veel puzzelplezier van



▶ Opgave 637

Het spelletje Scala bevat 25 genummerde blokjes, die de staplengte aangeven. De bedoeling is om een rondje te lopen over alle blokjes en weer bij het beginpunt uit te komen. Om te voorkomen dat we over hetzelfde blokje nog eens lopen keren we elk blokje dat we passeren om. Beginpunt is linksboven (en daar moeten we dus ook eindigen!).

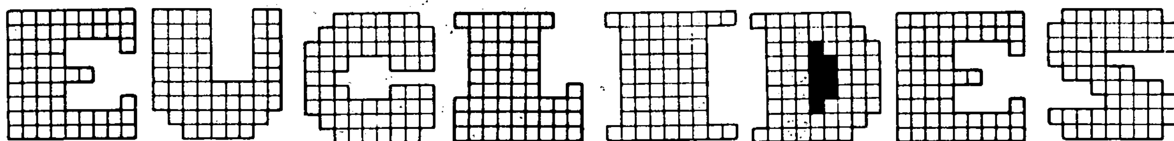
Op woensdag 1 juli 1992 werd deze puzzel ook als Scalaprijsvraag op de radio in het Basicode-3 programma uitgezonden. Dit computerprogramma is echter alleen een hulp, er wordt geen oplossing gegeven. Helaas hadden de Euclideslezers er niets aan, want pas op zaterdag 4 juli gleed dit blad door de brievenbus. Op 16 september jl. zond de Stichting Basicode de 76 oplossingen en de namen van de 13 winnaars uit. De overige inzenders ontvingen een Basicode-3 schuifpuzzel. Per 1 oktober was dit het einde van het Basicode-tijdperk op de radio. De programmamakers in Hilversum hebben geen plaats meer ingeruimd voor dit soort hobbyprogramma's. Triest, heel triest.

Hieronder 2 oplossingen. De getallen geven de opvolgende stappen aan.

1	19	14	25	15
23	2	6	5	22
9	18	8	7	17
10	3	13	4	16
11	20	12	24	21

1	2	10	14	21
6	17	24	20	5
16	12	25	23	11
15	19	9	18	22
7	3	8	13	4

Rob Bosch (10), Prinsenbeek schrijft: "Het probleem komt neer op het vinden van een Hamilton-cykel in de gerichte graaf, waarin de blokjes de punten zijn en de toegestane stappen de takken. Deze graaf kan iets vereenvoudigd worden omdat 5 takken vastliggen (in de linker figuur de stappen 13-14, 17-18, 19-20, 22-23 en 24-25)." Rob bewijst daarna dat er minstens 3 diagonale stappen nodig zijn. De linker figuur is daarvan een voorbeeld. Verder kan men links de getallen 6 en 7 verwisselen, evenals 3 met 4. Een verticale start is onmogelijk. Een diagonale start levert 10 oplossingen. Een start naar rechts 66 oplossingen. Hiervan ziet u rechts een voorbeeld. Dat is tevens een oplossing met (max.) 10 diagonale stappen. ALLE richtingen worden hierin gebruikt, terwijl in de linker figuur slechts 5 richtingen worden gebruikt!
Met 40 punten wint *Dick Buijs*, Lutterveldsestraat 14, 4012 DE Kerk-Avezaath de boekenbon van 25 gulden. Gefeliciteerd!



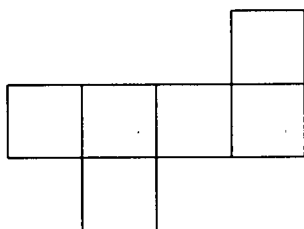
● Serie ● ● ● ● ●

'Ontwikkelingen in de didaktiek'

▶ Werken met concrete materialen, het wiskundewerklokaal

Bram Lagerwerf

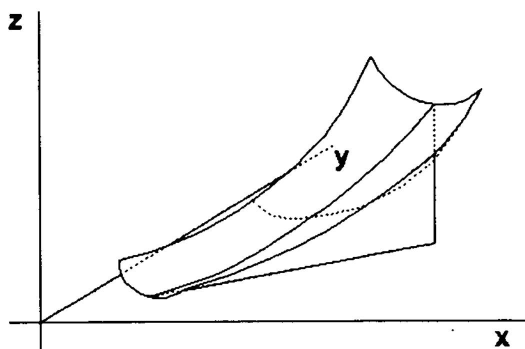
Eerst een paar voorbeelden.



Kleur de bovenhelft van de kubus rood.

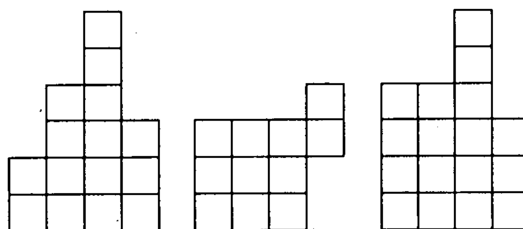
Figuur 1.

Leerlingen van de brugklas zijn bezig met deze opgave over de uitslag van eèn kubus. Een enkeling kleurt trefzeker de juiste vlakdeeltjes rood. Sommige leerlingen zie ik vingerbewegingen maken alsof ze de uitslag in hun handen hebben en ze die tot een kubus vouwen.
Meerdere leerlingen komen pas tot een goed resultaat wanneer ze de kubus echt hebben gemaakt, gekleurd en weer teruggevouwen.



Figuur 2.

Studenten in de lerarenopleiding zijn bezig met functies van twee variabelen. Er is een goot die schuin omhoog het eerste octant inloopt. Ze bepalen de doorsneden van de goot met vlakken y = c. Van die doorsneden bepalen ze het minimum.
Ze denken dat ze zo punten vinden waarlangs een waterdruppel van boven naar beneden rolt. Ik kan ze niet duidelijk maken dat dit geen goede methode is. Ze doorzien het probleem pas als ze van karton een driedimensionale goot hebben gemaakt en daarin enkele doorsneden hebben getekend. Dan kunnen ze ook zelf uitleggen wat hun denkfout was.



Figuur 3.

In een nascholingscursus zitten leraren voor de vraag: Hoeveel blokjes zijn minimaal nodig voor een bouwwerk met deze drie aanzichten? Veel gediscussieer en weinig eenstemmigheid. Totdat de docent met een doos blokken komt en het bouwwerk echt gemaakt kan worden. Dan komt ook iemand met de plattegrondmethode, waarbij in elk hokje van de plattegrond wordt aangegeven hoeveel blokjes er op staan.

Wat is er aan de hand? In het basisonderwijs is het vanzelfsprekend dat leren tellen en leren rekenen met blokken en andere hulpmiddelen begint. Bij wiskunde wordt dat soort dingen weinig gebruikt. Toch blijkt hoe langer hoe meer dat het gebruik van concrete materialen, op allerlei niveaus hulp kan bieden. Wiskunde is lang vooral een praatvak geweest, langzamerhand wordt het nu ook een doevak. De Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs wil graag dat wiskundelessen gegeven kunnen worden in een wiskundewerklokaal. Wiskunde is daarmee van theorievak een laboratoriumvak aan het worden. Achtereenvolgens komen nu aan de orde: de *theorie*, de *leerlingen*, de *leraren*, het *wiskundewerklokaal,* en tenslotte de *plaats van het vak.*

De theorie

Wiskundigen hebben als ze iets moeten uitleggen vaak de neiging het bewijs te willen leveren. Maar uitleggen is iets anders dan bewijzen. Bij uitleggen is het belangrijkste niet de logica, doorslaggevend is dat de leerling zich een beeld kan vormen van waar het over gaat. Zo'n beeld ontstaat meestal niet door het horen van een verhaal, maar door iets wat de leerling zelf doet. *Hand*elingen zijn een belangrijke bron van *denk*beelden. Eigen actie van de leerling is van groot belang.

Nu zijn er tal van mogelijkheden voor de leerling om in actie te komen en daar hoeven lang niet altijd concrete materialen aan te pas te komen. Zie de voorbeelden. Leerlingen verschillen nogal in de mogelijkheid zich concrete handelingen voor te stellen. Leerlingen die daar nog niet zo goed in zijn, kunnen meestal geholpen worden door ze het echt te laten doen. Vergelijk:

Hoe ziet de grafiek van een eerstegraads functie eruit?
Teken eens de grafiek van een eerstegraads functie!

Wat is een spiegeling ook alweer?
Teken eens twee gespiegelde figuurtjes!

Hoeveel decimeters gaan er in een meter?
Wijs eens aan, hoe lang is ongeveer een meter? En hoe lang is ongeveer een decimeter? Hoeveel van die decimeters gaan er ook al weer in een meter?

Hoe groot is de oppervlakte van de gangvloer tussen de klapdeuren?
Maak van krantepapier een vierkante meter. Hoeveel vierkante meter is de vloer van de gang tussen de klapdeuren?

Hoe kun je aan de hoogtelijnen op een landkaart zien of het steil is of niet? Leg uit.
Maak van karton verschillende hellingen en teken daarop de hoogtelijnen van steeds een centimeter hoger. Maak ook landkaartjes bij die hellingen. Hoe kun je op de landkaartjes zien wat de steilste helling is?

Door vaak genoeg dit soort dingen echt te doen krijgt de wiskunde voor de leerlingen meer werkelijkheidswaarde, het wordt beter voorstelbaar en het geleerde wordt beter bruikbaar. Concrete oefeningen kunnen dus helpen wanneer leerlingen op andere manieren het antwoord schuldig blijven. Maar ook leerlingen die wel een goed antwoord kunnen geven, kunnen ze goed gebruiken. Voor leerlingen met een sterk voorstellingsvermogen kan de theorie een soort luchtkasteel worden, een mooi bouwwerk dat los staat van de werkelijkheid. Voor die leerlingen is het nodig weer met beide voeten op de grond te komen. Daar kunnen concrete materialen bij helpen. Een wiskundige met twee linkerhanden heeft in de praktijk niet zoveel aan zijn wiskunde.

De leerlingen

Leerlingen vinden het in het algemeen een verademing ook eens op een andere manier met wiskunde bezig te kunnen zijn. Soms vinden ze het beneden hun stand, het lijkt hun te veel op het knip- en plakwerk van de basisschool. De concrete materialen zijn echter geen doel op zich, zo moeten tot betere denkbeelden leiden. Daarom horen er vragen bij die enerzijds te doen zijn maar anderzijds ook moeilijk genoeg moeten zijn, zodat ze de leerling uitdagen. Daarbij moet het duidelijk worden dat het werk met die concrete materialen beter lukt dan zonder.

Werken met concrete materialen roept nogal eens wat commentaar op tijdens het werk, dat hoort erbij, de leerlingen moeten eraan wennen dat dit ook wiskunde is. Ze moeten leren hoe er in deze lessen gewerkt wordt. En bijvoorbeeld ook dat ze zelf naast hun geodriehoek, schaar en lijm bij zich hebben.

De leraren

De tijd dat de wiskundeleraar voor zijn werk alleen een geodriehoek nodig had, begint achter ons te raken. De 'leerboekenexplicateur', zoals Knoers dat noemde, is al geschiedenis en de ontwikkeling gaat door. De leraar oude stijl geeft wel eens de indruk de leerlingen te willen dwingen te begrijpen. Dat is een overwaardering van de leraarsrol. Wat u kunt doen, is een goede gelegenheid bieden voor wat er in de leerling sluimert om tot ontwikkeling te komen. In contact met de leerling zult u moeten ontdekken wàt er sluimert, en of die goede gelegenheid een betoog is dat u afsteekt, of een goede vraag die u stelt, of een karweitje met concreet materiaal dat u opdraagt. Zoiets valt moeilijk te beschrijven, u leert het al doende.
U kunt er veel plezier aan beleven wanneer u merkt dat u inderdaad de goede gelegenheid heeft geboden doordat u ziet dat de leerlingen zelf vorm geven aan hun gedachten.
Er zijn inmiddels tal van materialen en ideeën ontwikkeld die de leerlingen bij het wiskunde leren kunnen helpen. Dat staat uitgebreid beschreven in de Wiskundewerklokaalbundel van SW 12-16. [1]

Dit alles hoeft niet te betekenen dat de wiskundeles nu voortaan regelmatig het aanzien heeft van een handenarbeidles. Er zijn veel ideeën waar maar een minimum aan materiaal voor nodig is. Voor het werken met ruimtelijke figuren is bijvoorbeeld lego-achtig constructie-materiaal voor handen waarbij knippen en plakken helemaal niet meer aan de orde is. [2]

Werken met concreet materiaal is niet altijd vooruit te plannen, soms doet zich tijdens een les ineens de behoefte voor. Dat kan een enkele leerling betreffen die er maar niet uit kan komen en van wie u denkt: ze moet het gewoon even kunnen 'doen'. Het kan ook een groepje leerlingen of een hele klas zijn.
Ziet u aankomen dat u een groter aantal leerlingen met concreet materiaal aan de slag zult willen zetten, dan is het zaak dat goed voor te bereiden. Er moeten goede opdrachten en bijbehorende vragen zijn. Het materiaal moet er zijn. Vanwege het ongebruikelijke karakter van de les kan de tijdsplanning moeilijk zijn. En de leerlingen moeten wellicht nog geïnstrueerd worden voor ze mee kunnen werken aan een goede gang van zaken.
Tijdens het werk komt u misschien ogen en handen tekort; laat de leerlingen elkaar helpen, dan heeft u wat meer uw handen vrij. In het begin van de les ziet u er vooral op toe dat er goed gewerkt wordt. Later zorgt u met uw vragen en opmerkingen dat er van het werk ook geleerd wordt.
Aan het eind eisen twee vragen uw speciale aandacht: verdwijnen er geen spullen van de school en wordt er goed opgeruimd? U kunt daar beter wat teveel dan te weinig tijd voor nemen.

Het wiskundewerklokaal

Het is een heel probleem de materialen op tijd in de klas te hebben en op tijd weer in de kast. Dat is al zo bij vooraf gepland gebruik, dat is zeker zo wanneer de behoefte pas tijdens de les ontstaat. De praktijk leert dat spullen die ergens achteraf in een kast liggen niet goed worden gebruikt. De oplossing van dit probleem is duidelijk: een eigen lokaal voor wiskunde waar alles overzichtelijk en binnen handbereik aanwezig is, het wiskundewerklokaal. Daar ligt voldoende karton en dun ijzerdraad, er zijn kant en klare wiskundige figuren van plexiglas, er staat constructiemateriaal voor ruimtelijke figuren, er is opbergruimte voor produkten die nog niet mee naar huis kunnen, er staat een computer en er zijn wat rekenmachines, er is een overheadprojector, een bibliotheekje, enzovoort. Er staan kasten waarvan er enkele glazen deuren hebben. Maar het gaat niet alleen om dit soort voorzieningen. Belangrijk is ook de aankleding: wat kleur en fleur maken het lokaal gezellig.
Het heeft niet alleen voordelen dit alles in een lokaal te concentreren. Vooral voor grote scholen ligt enige spreiding meer voor de hand: in alle loka-

len waarin wiskunde wordt gegeven een kast met de meest voor de hand liggende spullen en tenminste een goed geoutilleerd lokaal.

De plaats van het vak wiskunde binnen de school

Wanneer wiskunde zich zo ontwikkelt van een theorievak naar een soort laboratoriumvak, kan dat binnen de school op onbegrip stuiten. Plotseling moet er een wiskundelokaal worden ingericht en moeten allerlei dingen worden aangeschaft. Daar komt geen extra subsidie voor en dat gaat dus ten koste van andere begrotingsposten. Het is zaak dat binnen de school met overleg aan te pakken. Laat collega's zien hoe het vak wiskunde aan het veranderen is. Vertel wat over de achtergronden van die veranderingen, met name het doel van de grotere bruikbaarheid zal hen aanspreken. Zorg dus voor goede public relations. Maak een planning voor een aantal jaren, zodat niet alles dit jaar op de begroting drukt. Overleg intensief met de schoolleiding over wat nodig en over wat mogelijk is. Wiskunde krijgt niet vanzelf een plaats als laboratoriumvak in de school; die plaats moet als het ware bevochten worden.

Slot

Dit is oriënterend artikel. Hier is geen gelegenheid alle informatie te geven die u nodig hebt. Om in de ontwikkeling mee te kunnen gaan is het nodig meer informatie in te winnen, vooral meer voorbeelden, en het is nodig dat u voorzichtig wat meer doe-werk is uw lessen gaat stoppen. Niet te hard van stapel lopen, maar langzaam ontdekken wat u wilt en wat u daarbij nodig heeft.

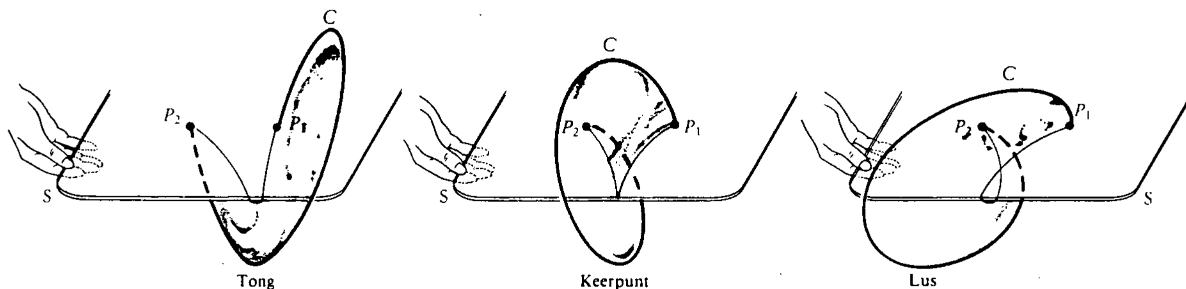
1. Dick Ronda, Wiskundewerklokaalbundel, SW12-16, Amsterdam 1992, prijs ongeveer f15,-, besteladres: Algemeen Pedagogisch Studiecentrum, Postbus 7888, 1008 AB Amsterdam

2. Lekropo Polydron bouwstenen voor ruimtelijke figuren (gelijkzijdige driehoeken, vierkanten, regelmatige vijfhoeken en zeshoeken, en ruiten, alle met dezelfde zijde)

▶ Architectuur in de natuur

A.B. Oosten

In de Wetenschappelijke Bibliotheek van Natuur en Techniek is als deel 16 verschenen: *Architectuur in de natuur De weg naar de optimale vorm.* Het betreft hier een vertaling van een Amerikaanse uitgave van de auteurs Stefan Hildebrandt en Anthony Tromba.
Uit de titel die aan de Nederlandse vertaling (van de hand van N.M. Temme) is gegeven blijkt niet dat we bij deze uitgave te maken hebben met een boek over onderwerpen uit de wiskunde. Dit in tegenstelling met de oorspronkelijke titel: *Mathematics and Optimal Form.* Door de titelkeuze van de Nederlandse uitgave lijkt mij een reële kans aanwezig dat het boek door liefhebbers van de geschiedenis van de wiskunde niet wordt opgemerkt. En dat zou jammer zijn, want de inhoud is bijzonder aantrekkelijk.
In Hoofdstuk 1, *Het grote wereldplan,* staat het beginsel van Maupertuis centraal: Als er in de natuur een verandering plaatsvindt, dan moet de hoeveelheid actie die voor deze verandering nodig is, zo klein mogelijk zijn. Hij formuleerde zijn beginsel in 1746, maar werd er al snel daarna van beschuldigd het idee van Leibniz te hebben gestolen. Van de metafysische beschouwingen van Maupertuis loopt een directe lijn naar het hoofdonderwerp van het boek: de variatierekening.
Alvorens hierop nader in te gaan in het derde hoofdstuk geven de auteurs in hoofdstuk 2, *De erfenis van de oude wetenschappen,* een overzicht van resulta-



De drie standen die een zeepvlies kan aannemen binnen een configuratie die bestaat uit een glasplaat met daaromheen een draad.

ten uit de oudheid met betrekking tot onderwerpen als omwentelingslichamen en kegelsneden, met uitlopers naar Galileï en Kepler.
Hoofdstuk 3 draagt de titel *Kortste en vlugste verbindingen*, een verwijzing naar de gebroeders Jakob en Johann Bernouilli. Het probleem van de kortste verbinding tussen twee punten werd door Jakob opgelost in 1690 voor omwentelingslichamen. Johann wierp in 1696 het 'probleem van de snelste val' op: *Vind voor twee punten A en B in een verticaal vlak een kromme, waarlangs een voortbewegend punt M onder invloed van de zwaartekracht in de kortst mogelijke tijd van A naar B afdaalt.* Hij liet weten zelf de oplossing voor het probleem te hebben en wordt daarmee als grondlegger van de variatierekening beschouwd. Overigens vonden ook zijn broer Jakob, Newton, Leibniz en l'Hôpital binnen enkele maanden de oplossing: de cycloïde.
In de hoofdstukken 4 en 5 worden respectievelijk onderwerpen uit de mechanica en de topologie besproken. Hoofdstuk 5 heet *Zeepvliezen: het vermaak van kinderen en wiskundigen.* De beroemde zeepvliezen van Plateau en topologische wonderen als de Band van Möbius (ook in de weergave van M.C. Escher) en de Fles van Klein passeren de reveue.
Het zesde en laatste hoofdstuk, *Optimaal ontwerp,* gaat over in de natuur voorkomende vormen, zoals honingraten, zeepvliezen en planeten. Ook aan kristalstructuren als in de natuur voorkomende vormen wordt een paragraaf gewijd, maar op het geheel mag dat wat mager genoemd worden.
Het boek bevat een proloog en een epiloog. In het laatstgenoemde deel, getiteld *Dynamica en beweging,* komen de klassieke mechanica en de relativiteitstheorie aan de orde in zes pagina's. Dat is natuurlijk wat weinig voor onderwerpen van deze importantie.
De Proloog dient ongetwijfeld tot het opwekken van de eetlust van de lezer en bestaat onder de titel *Vorm en gedaante* uit een reeks schitterende plaatjes van in de natuur voorkomende geometrische vormen. Daarmee komen we aan een essentieel aspect van de uitgave: de illustraties en de boekverzorging. Beide staan op uitzonderlijk hoog niveau. Werkelijk schitterende foto's en tekeningen, zowel in kleur als in zwart-wit, sieren het boek en dragen in hoge mate bij tot het genoegen dat het doorlezen verschaft. Zelfs als we ervan uitgaan dat bij de Nederlandse uitgave gebruik gemaakt kon worden van de Amerikaanse originelen, dan nog getuigt het van moed en durf om een dergelijk werk voor een zo beperkte markt uit te brengen.
Formules treft men in de uitgave nauwelijks aan: het is geen wiskundeboek, maar een boek over wiskunde en dan vooral in een fysische context. Zijstapjes, zoals een uitvoerige beschrijving van de satire *Candide, ou l'Optimisme* die Voltaire schreef naar aanleiding van de filosofische ideeën van Leibniz, verhogen de leesbaarheid en maken het geheel tot een uniek werk dat ik van harte kan aanbevelen.
Het boek is verkrijgbaar in de erkende boekhandel en kost daar *f* 74,50. Het is voor de lezers van Euclides echter ook rechtstreeks te bestellen via Natuur en Techniek, Postbus 415, 6200 AK Maastricht. De prijs is dan *f* 56,75 franco huis.
Het zou op de weg van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren kunnen liggen om het uitbrengen van dit soort boeken te bevorderen. Het zou een prima service aan de leden zijn en ook een goede manier om de royalties van door de Vereniging uitgebrachte opgavenbundels produktief te maken.

S. Hildebrandt en A. Tromba, *Architectuur in de natuur De weg naar de optimale vorm.* Maastricht/Brussel, etc.: Wetenschappelijke bibliotheek, 1990, 270 pag. ISBN 90 70157810

● Verenigingsnieuws ●



▶ Van de bestuurstafel

Agneta Aukema-Schepel

Afscheid van de COW en het team W12-16

De COW en het team W12-16 hebben hun taak officieel afgerond door op 8 september 1992 hun produkten aan de minister aan te bieden. Graag bedanken wij ook hier nog eens in het bijzonder de NVvW-vertegenwoordigers in de COW, Francis Meester en Joop van Dormolen, voor hun grote aandeel in het werk van de COW. Wij prijzen ons zeer gelukkig dat via hen onze stem – en daardoor die van vele leraren in het veld – zo goed gehoord kon worden.
Het is voor het eerst in de Nederlandse wiskundegeschiedenis dat 'van onderaf' zulke gedetailleerde en onderling samenhangende leerplanvoorstellen gedaan zijn voor alle 12- tot 16-jarigen. Natuurlijk zal het altijd onmogelijk blijven, met wat voor vernieuwing dan ook, om een ieder geheel tevreden te stellen. Er moeten nu eenmaal altijd keuzes gemaakt worden.

Waarom, wie wil dit?

Maar.... sinds er geen rijksscholen meer bestaan, kan de minister alleen examenprogramma's vaststellen en geen leerplannen. Elk bevoegd gezag van een school heeft dan ook de vrijheid om de COW-leerplanvoorstellen niet over te nemen en om de wiskundesectie een ander leerplan te laten ontwerpen waarmee de leerlingen voorbereid worden op het eindexamen.
Er speelt echter nog iets anders. Als de basisvorming ingevoerd wordt, zal elke school zijn leerlingen de inhoud van de 'Kerndoelen wiskunde basisvorming' moeten onderwijzen, die zo samengesteld zijn dat ongeveer 80% van alle kinderen geacht wordt deze volledig te kunnen halen. Tevens moet geprobeerd worden om de overige kinderen nog een zo groot mogelijk deel hiervan te laten halen.
Al in 1987 zijn de uitgangspunten, die ten grondslag hebben gelegen aan de COW-leerplannen, door de minister vastgesteld. Deze kerndoelen zijn de basis waaromheen, voor elk schooltype op een daarbij passend niveau, leerstof aangeboden wordt.
De kerndoelen zelf zijn niet opgesteld door de COW, maar door een ministeriële commissie geschreven op basis van de eindtermenvoorstellen, die wel door de COW waren opgesteld. De vrijheid om een eigen schoolleerplan op te stellen en de verplichting om de basisvorming gestalte te geven, bepalen dan ook de bewegingsvrijheid van leerboekenschrijvers, van secties en van elke leraar persoonlijk.
Een en ander kwam weer eens ter tafel naar aanleiding van de open brief in het vorige nummer. Uitspraken als "We zullen de leerlingen niet meer lastig vallen met dat formele en abstracte gedoe", gedaan in een – buiten bemoeienis van de NVvW georganiseerde – voorlichtingsbijeenkomst voor de basisvorming, kunnen wij niet beoordelen. Deze kunnen in elk geval niet slaan op het voorgestelde vwo-trajekt, maar wel op de vbo B-leerstof. (Het vroegere lbo heet nu vbo, dat wordt dus goed luisteren naar het verschil met vwo...)

Het is nog lang niet afgelopen

Bij de afsluitingsbijeenkomst voor betrokkenen bij de COW en W12-16, lieten Marja Meeder en George Schoemaker hen het refrein van hun afscheidslied mee zingen: " Het is afgelopen .... Het laatste pakket. Nu de spullen verkopen en morgen vroeg naar bed". Een beetje rust na alle drukte is hen allen van harte gegund; de scholen krijgen

bericht over de verkoop van de diverse eindpublicaties en wij, het bestuur, zijn, nu ik dit schrijf, half september, de nieuwe boekwerken aan het bestuderen en de definitieve versies aan het vergelijken met de voorlaatste, waarop wij al commentaar leverden, teneinde een zo gedegen mogelijk advies aan de minister te kunnen uitbrengen.
De NVvW is de afgelopen jaren actief geweest in het proces van wisselwerking tussen het onderwijsveld en de COW. Structureel daarbij waren:
- de ontmoetingen (uitwisseling van informatie en meningen) in de regionale bijeenkomsten, tweemaal 12 stuks, zowel in najaar 1990 als in najaar 1991,
- de daaruit voortgekomen werkgroepen die de (tussentijdse) ontwerpvoorstellen intensief bestudeerden en hun bevindingen rapporteerden,
- de contacten met de vertegenwoordigers in de COW van de NVvW en van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde, en de contacten met de leden van het uitvoerende team W12-16,
- de samenwerking met de VALO (veldadvisering leerplanontwikkeling), waardoor onder andere in jaarlijkse VALO-conferenties meningen uitgewisseld konden worden,
- en niet in het minst de rol van Euclides, waarin voor discussie en informatie over de nieuwe ontwikkelingen voortdurend plaats werd ingeruimd (inclusief de special van juni 1992), terwijl met het nummer van september 1991 de toenmalige leerstofvoorstellen werden meegestuurd.
Daarnaast waren de andere reacties uit het veld (in persoonlijk contact, per telefoon of per brief) voor het bestuur ook zeer belangrijk. Steeds werden de NVvW-vertegenwoordigers in de COW hiervan op de hoogte gebracht.
Alle reacties uit het veld zijn uitgebreid gewikt en gewogen binnen de COW en het team W12-16. Zij hebben tot flink wat aanpassingen geleid. Wie de laatste voorstellen, bijvoorbeeld voor 3havo en voor 3vwo, goed bestudeert, zal merken dat er de laatste twee jaar heel wat bijgesteld is.
Dit schooljaar wordt er voor het eerst op drie proefscholen met de COW-leerplannen in 3havo en 3vwo gewerkt, waarbij een groep begeleidende docenten, in dienst van het APS (Algemeen Pedagogisch Studiecentrum), grondig zal bekijken tot welke veranderingen deze praktijkervaringen moeten leiden en welke verschuivingen tussen leerstof van de derde klas en vierde klas havo B en vwo nodig zijn. Hierdoor moet (tijdig genoeg?) informatie beschikbaar komen voor de schrijvers van 3havo- en 3vwo- en de daar logisch op volgende, gedeeltelijk te herschrijven, 4havo- en 4vwo-boeken. Er moet nog heel wat gebeuren....

Het 1e landelijke nieuwe C/D-examen in 1997?

Wij hebben de indruk dat er tevredenheid bestaat over de uiteindelijk door de COW voorgestelde examenprogramma's vbo/mavo C/D en wij zullen de minister adviseren deze zo snel mogelijk vast te stellen, opdat in 1996/97 inderdaad alle vbo/mavo-leerlingen volgens dit programma examen kunnen doen.
Omdat er geen centraal examen voor vbo A en B bestaat, heeft de minister hier geen invloed op; veel scholen maken gebruik van voorbeeldexamens die worden samengesteld door groepen als 'Apeldoorn' en 'Zuid-West-Nederland'. Naar de mening van het (nu ex-)team W12-16 geeft het B-traject een minimaal niveau van wiskundeonderwijs, waarin de kerndoelen van de basisvorming nog tot hun recht komen. Op de proefscholen is deze zomer een hierbij passend experimenteel schoolexamen lbo B afgenomen. Over de toekomstige manier van toetsen van de kerndoelen basisvorming bestaat echter nog geen zekerheid.

Nomenclatuur

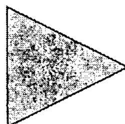
Evenals in de jaren na 1968 (mammoetwet), heeft de NVvW ook nu een nomenclatuurcommissie ingesteld, die inmiddels al hard aan het werk is. Het is belangrijk dat schrijvers van nieuwe leerboeken zo snel mogelijk weten welke nomenclatuur er in de nieuwe C/D-examens gebruikt gaat worden. De eerste voorstellen worden onder andere aan de auteursteams ter discussie voorgelegd; het uiteindelijke resultaat zal aan de CEVO worden aangeboden, waarna het hopelijk zal worden gepubliceerd in 'Uitleg'.
In een later stadium wordt ook de nomenclatuur van de havo- en vwo-examens opnieuw bekeken.

Belangrijke herdrukken

Joop van Dormolen is een van de voorvechters geweest van onze in 1970 opgerichte Didactiekcommissie. Gedurende zijn voorzitterschap van deze commissie verzorgde hij, samen met Bert Zwaneveld, onder andere de publikaties *'Vaardigheden'*, *'Handelen om te begrijpen'* en *'Instappen en toepassen'*, die indertijd voor alle toenmalige leden van de NVvW te verkrijgen waren. Deze publikaties zijn een inspiratiebron geweest voor het team W12-16. Zij worden nu in één band opnieuw uitgegeven, opdat degenen die ze nog niet kennen, nu alsnog kennis kunnen nemen van deze waardevolle visie op de didactiek van de wiskunde. Het is een 'must' voor elke wiskundesectie! De nieuwe uitgave is te koop op vele bijeenkomsten van de vereniging. Bestellen kan ook, neem dan contact op met de ledenadministratie.

En verder

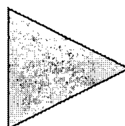
Er is de afgelopen maanden in de bestuursvergaderingen natuurlijk over veel meer gesproken. De weerslag vindt u voor een groot deel in het jaarverslag van onze secretaris, in het voorgaande nummer, en in de diverse bijeenkomsten. En was u op de jaarvergadering op 7 november 1992, dan hebt u wellicht over nog nieuwere ontwikkelingen kunnen horen dan ik nu kan beschrijven!



Mededeling

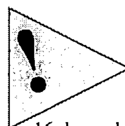
Lerarendag R.U.G.

Voor het vierde achtereenvolgende jaar organiseert de afdeling Wiskunde en Informatica van de Rijksuniversiteit Groningen een *lerarendag*. Deze zal worden gehouden op donderdag 28 januari 1993 van 14.00 tot 18.00 uur.
Door middel van een drietal voordrachten kunnen leraren in exacte vakken kennis nemen van een aantal aspecten van onderwijs en onderzoek in de gebieden Wiskunde, Technische Mechanica en Informatica. Op deze wijze wordt geprobeerd een brug te slaan tussen de schoolwiskunde en de universitaire wiskunde en informatica en tevens het contact tussen docenten in het middelbaar onderwijs en de universiteit te verstevigen.
Voor nadere informatie en opgave kunt u terecht bij Janieta Schlukebir, telefoon 050 - 633987.
U bent van harte welkom.



Adressen van auteurs

H. Broekman, Freudenthal instituut, Tiberdreef 4,
3561 GG Utrecht
M.C. van Hoorn, Noordersingel 12,
9901 BP Appingedam
R. Keijzer, Jacob van Lennepkade 66 c,
1053 MN Amsterdam
A. Lagerwerf, Dwarsweg 52,
3702 XC Zeist
H.M. Mulder, Geersbroekseweg 27,
4851 RD Ulvenhout
A.B. Oosten, Elzenlaan 34,
9321 GN Peize
V.E. Schmidt, Verlengde Grachtstraat 43,
9717 GE Groningen
H.N. Schuring e.a., Cito, Postbus 1034,
6801 MG Arnhem



Kalender

16 december 1992: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
20 januari 1993: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Inhoud